

Periodical Part, Published Version

Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.)

Über verschiedene Verfahren zur Berechnung der Wellenangriffskräfte nichtbrechender Wellen auf senkrechte Pfähle und Wände

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/103077>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.) (1967): Über verschiedene Verfahren zur Berechnung der Wellenangriffskräfte nichtbrechender Wellen auf senkrechte Pfähle und Wände.

Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau (Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau, 25).

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



Mitteilungsblatt
der
BUNDESANSTALT FÜR WASSERBAU

KARLSRUHE · AUGUST 1967

25

Mitteilungsblatt

der

BUNDESANSTALT FÜR WASSERBAU

KARLSRUHE · AUGUST 1967

25

I n h a l t

	Seite
S c h n o o r	
Über verschiedene Verfahren zur Berechnung der Wellenangriffskräfte nichtbrechender Wellen auf senkrechte Pfähle und Wände	1
D a v i d e n k o f f	
Dimensionierung von Brunnenfiltern	29
F r a n k e	
Die Wirkungen des Wassers auf die Standsicherheit von Böschungen	47
S c h u l z - R u c k	
Die Sandwanderungsverhältnisse an der Nordküste der Insel Fehmarn zwischen Westermarkelsdorf und Puttgarden	61
L a m b e r t	
Die Erscheinung der Gezeiten und ihre Erklärung	81
B u c h b e s p r e c h u n g	94

- Wiedergabe der Aufsätze mit Quellenangabe gestattet -
Das Mitteilungsblatt erscheint in unregelmäßiger Folge
im Eigenverlag der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe

Ernst Schnoor

Über verschiedene Verfahren *)

zur Berechnung der Wellenangriffskräfte

nichtbrechender Wellen

auf senkrechte Pfähle und Wände

Different Methods for the Calculation

of Wave Pressures of Non-Diffracting Waves on

Vertical Piles and Walls

*) die den spektralen Charakter des Seegangs nicht berücksichtigen.

G l i e d e r u n g

1. Aufgabenstellung
2. Einleitung
3. Durchführung
 - 3.1 Berechnung der Wellenform
 - 3.2 Berechnung der Wellenphase der maximalen Gesamthorizontalkraft nach der STOKES-STRUICK-Theorie
 - 3.3 Vergleichsrechnung nach der AIRY-Theorie
 - 3.4 Berechnung des Biegemomentes an der Sohle (für die Wellenphase der maximalen Horizontalkraft)
 - 3.5 Berechnung der vertikalen Verteilung der maximalen Gesamthorizontalkraft auf die Längenelemente des Pfahles
4. Vorherige Abschätzung des Einflusses der Glieder höherer Ordnung auf die Berechnungsergebnisse
5. Folgerungen für die Rechenpraxis
6. Berechnungsverfahren von J.R. MORISON
7. Maximale Gesamthorizontalkraft, maximales Sohlenmoment und die zugehörigen Wellenphasen
8. Schlußbemerkungen
9. Schrifttum

Abkürzungsverzeichnis

Zeichen	B e d e u t u n g	Dimension
a	Parameter der STOKES-STRUIK-Theorie	-
c	Fortschrittsgeschwindigkeit	$m \cdot s^{-1}$
c_D	Strömungsbeiwert	-
c_M	Massenbeiwert	-
D	Außendurchmesser des Pfahles	m
d	Wassertiefe unter Ruhewasserspiegel	m
g	Erdbeschleunigung	$m \cdot s^{-2}$
H	Wellenhöhe	m
k	Wellenzahl = $2\pi/L$	m^{-1}
L	Wellenlänge	m
l	Parameter der STOKES-STRUIK-Theorie	-
T	Wellenperiode	s
t	Zeit	s
v_x	horizontale Geschwindigkeitskomponenten der Wasserteilchen	$m \cdot s^{-1}$
x	horizontale Koordinatenachse	-
z	vertikale Koordinatenachse	-
y	vertikale Koordinatenachse	-
y_m	Höhe der Wasseroberfläche über der Sohle	m
n	Erhebung der Wasseroberfläche über dem Ruhewasserspiegel	m
η_1, η_2, η_3	Koeffizienten der STOKES-STRUIK-Theorie	m
v_1, v_2, v_3	Koeffizienten der STOKES-STRUIK-Theorie	$m \cdot s^{-1}$
θ	Phasenwinkel der Welle = $\frac{2\pi}{L} \cdot x = \frac{2\pi}{T} \cdot t$	-
ρ	Dichte des Wassers	$Mp \cdot s^2 \cdot m^{-4}$

*) Beim x-z-System x-Achse im Ruhewasserspiegel und
beim y-z-System x-Achse an der Sohle.

1. Aufgabenstellung

Die v-Potentialtheorie und die trochoidale Theorie haben übereinstimmend ergeben, daß bei der Reflexion einer glatten Welle von 2,7 m Höhe am geplanten Eidersperrwerk die größte Krafteinwirkung *) bei einem Wellenphasenwinkel von 65° auftritt [9]. Es soll untersucht werden, ob bzw. wie weit dieses Ergebnis durch die STOKES-STRUİK-Theorie 3. Ordnung bestätigt wird.

Ferner soll die Form der am Eidersperrwerk auftretenden glatten fortschreitenden Wellen genauer untersucht werden.

Schließlich sollen vermittels Vergleich der Berechnungsverfahren 3. Ordnung und 1. Ordnung Ergebnisse gewonnen werden, die von ganz allgemeiner Bedeutung für die Rechenpraxis sind.

2. Einleitung

Die STOKES-STRUİK-Theorie 3. Ordnung ist eine Weiterentwicklung der klassischen trochoidalen Theorie, die auf der vereinfachenden Annahme basiert, daß die Wasserteilchen im Bereich einer glatten fortschreitenden Welle sich auf festen geschlossenen elliptischen Bahnen bewegen.

Während die trochoidale Theorie mit ortsfesten Ellipsenbahnen der Wasserteilchen zu einer idealisierten Wellenform führt, die ihren rein sinusförmigen Charakter unverändert beibehält, kann die STOKES-STRUİK-Theorie auch die Verformungen des Wellenprofils beschreiben, die durch Bodenreibung u.a.m. entstehen.

Die natürlichen Meereswellen haben häufig eine wesentlich steilere Wellenfront als die Sinuswelle. Ferner ragt eine natürliche Welle im Gegensatz zur Sinuswelle meistens mit mehr als 50 % ihrer Höhe über den Ruhewasserspiegel empor. Dieser Prozentsatz und die Steilheit der Wellenfront hängen bei einer natürlichen Welle u.a. von H , L und d ab. Nach der STOKES-STRUİK-Theorie 3. Ordnung kann diese Wellenform bereits mit großer Annäherung berechnet werden. W. DIETZE hat in "Seegangskräfte nichtbrechender Wellen auf senkrechte Pfähle" die wichtigsten Gleichungen aus den Theorien 1. und 3. Ordnung übersichtlich zusammengestellt [1].

*) = maximale Horizontalkraft

3. Durchführung

3.1 Berechnung der Wellenform

Zunächst wird die Form der fortschreitenden Welle im Bereich des Eidersperrwerks nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung ermittelt. Diese Ermittlung wird durchgeführt für eine Welle mit der Höhe 2,7 m und der Länge $L = 35$ m und für eine Welle von der Höhe $H = 4,0$ m und der Länge $L = 60$ m. Die erstere bei einer Wassertiefe $d = 8$ m und die letztere für $d = 10$ m. Ob dort eine Welle von 4 m Höhe auftreten kann, wird hier nicht erörtert.

Nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung wird die Wellenform durch die Gleichung

$$(1) \quad \eta = \eta_1 \cdot \cos \theta + \eta_2 \cdot \cos 2\theta + \eta_3 \cdot \cos 3\theta$$

dargestellt. $(\theta = 2\pi \cdot \frac{x}{L} \text{ oder } \theta = 2\pi \cdot \frac{t}{T})$ *)

Die Koeffizienten η_1 , η_2 und η_3 und die beiden Hilfsparameter a und l ergeben sich aus den 5 Gleichungen:

$$\left\{ \begin{array}{l} (2) \quad \eta_1 = \frac{La}{2\pi} \left[\sinh kl + \frac{a^2}{64} \cdot \frac{9 \cdot \sinh 5kl + 15 \sinh 3kl + 6 \sinh kl}{\cosh (2kl) - 1} \right] \\ (3) \quad \eta_2 = \frac{La^2}{16\pi} \cdot \frac{\sinh 4kl + 4 \sinh 2kl}{\cosh (2kl) - 1} \\ (4) \quad \eta_3 = \frac{La^3}{256\pi} \cdot \frac{3 \sinh 7kl + 15 \sinh 5kl + 27 \sinh 3kl + 39 \sinh kl}{(\cosh 2kl - 1)^2} \\ (5) \quad d = l + L/8\pi \cdot (a^2 \cdot \sinh 2kl) \\ (6) \quad H = \frac{L \cdot \sinh kl}{2\pi} \left[2a + \frac{3a^3}{8} \cdot \frac{4 \cdot \cosh^3 2kl + 4 \cosh^2 2kl + 1}{(\cosh 2kl - 1)^2} \right] \end{array} \right.$$

Darin ist zur Abkürzung $\frac{2\pi}{L} = k$ gesetzt worden.

Aus den Gleichungen (2) bis (6) ergeben sich im ersten Fall die Werte :

$\eta_1 = 1,280$; $\eta_2 = 0,202$; $\eta_3 = 0,042$; $a = 0,112$; $kl = 1,40$ und im zweiten Fall die Werte :

$\eta_1 = 1,915$; $\eta_2 = 0,420$; $\eta_3 = 0,092$; $a = 0,151$; $kl = 1,025$

*) $2\pi \cdot \frac{x}{L} = 2\pi \cdot \frac{ct}{L} = 2\pi \cdot \frac{L}{T} \cdot \frac{t}{L} = 2\pi \cdot \frac{t}{T}$

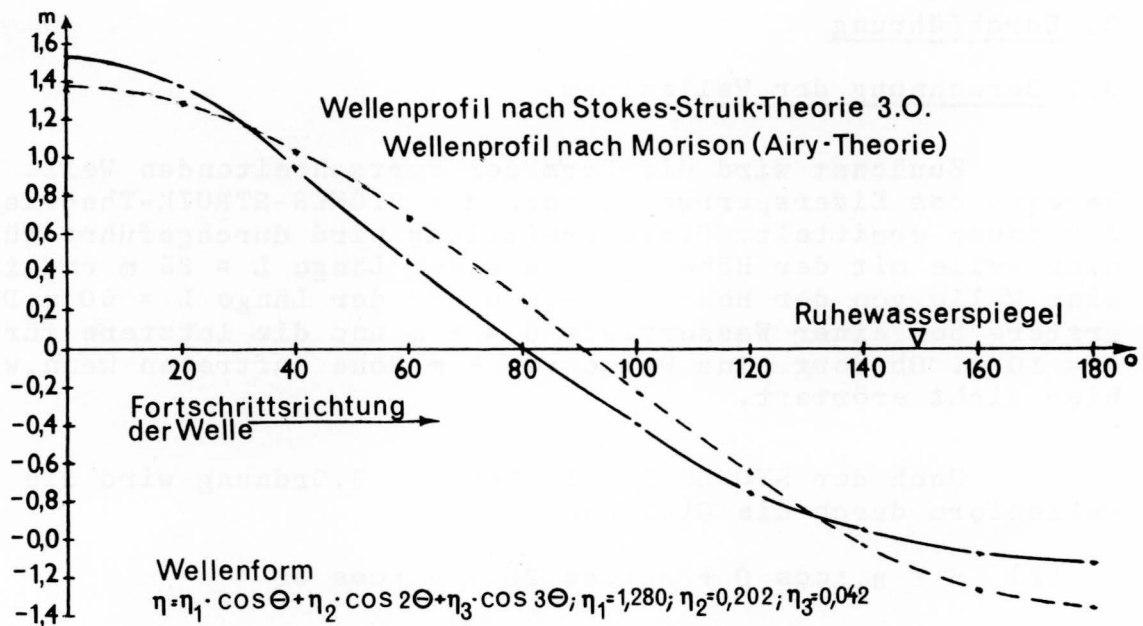


Abb.1 Wellenprofile nach der STOKES-STRIUK-Theorie 3.Ord-
nung und nach MORISON (AIRY-Theorie) für $H = 2,7 \text{ m}$;
 $L = 35 \text{ m}$ und $d = 8 \text{ m}$

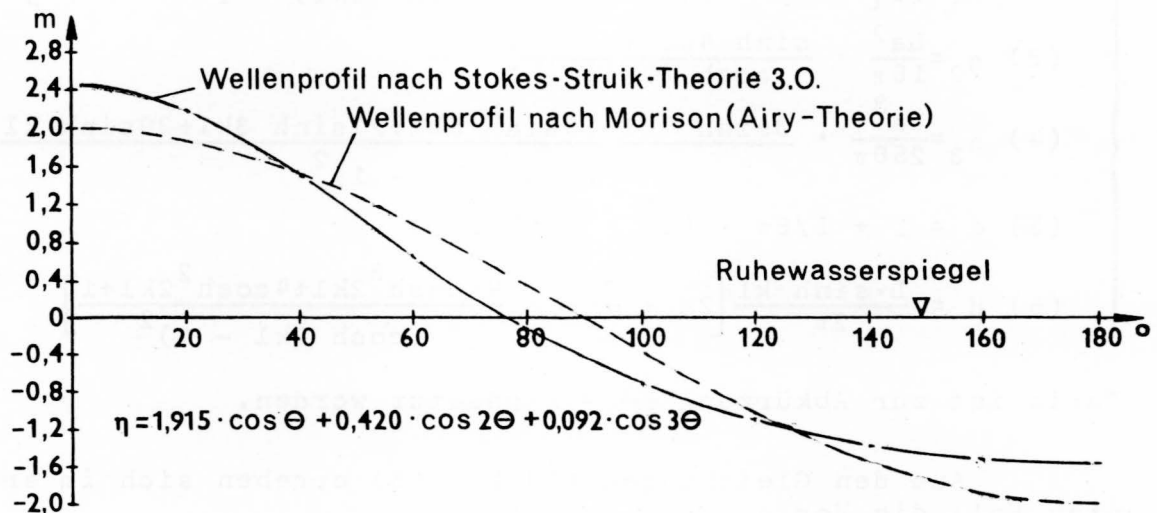


Abb.2 Wellenprofile nach der STOKES-STRIUK-Theorie 3.Ord-
nung und nach der AIRY-Theorie für $H = 4 \text{ m}$; $L = 60 \text{ m}$
und $d = 10 \text{ m}$

Die Form der ersten Welle ist in Abb.1 graphisch dar-
gestellt worden. Zugleich ist in Abb.1 die der AIRY-Theorie
entsprechende Sinusform der Welle, die auch noch von MORISON
in "Design of piling" (1950) [3] verwendet wird, eingetragen

worden. Man sieht, daß die Front der auftretenden Welle wesentlich steiler ist als die einer sinusförmigen Welle. Bei der am Eidersperrwerk auftretenden Welle von 2,7 m Höhe liegen mindestens 57 % der Gesamthöhe der Welle oberhalb des Ruhewasserspiegels.

In Abb.2 ist die Form des Wellenprofils einer 4 m hohen Welle dargestellt worden. Hier wurde mit einer mittleren Wassertiefe d von 10 m unter dem Ruhewasserspiegel gerechnet. Bei dieser Welle liegen bereits 60,5 % der Gesamthöhe der Welle oberhalb des Ruhewasserspiegels. *)

3.2 Berechnung der Wellenphase der maximalen Gesamthorizontalkraft nach der STOKES-STRUIK-Theorie

Wollte man den Reflexionsdruck einer glatten Welle nach der STOKES-STRUIK-Theorie berechnen, müßte man zunächst das Bewegungsfeld unter einer stehenden Welle auf der Basis dieser Theorie formulieren. Falls das gelingt, dürfte auch die weitere Durchrechnung sehr kompliziert und umfangreich werden. Anscheinend ist dieser Versuch noch nicht in Angriff genommen worden.

Da hier nur untersucht werden soll, ob auch nach der STOKES-STRUIK-Theorie die maximale Kraftwirkung der 2,7 m hohen Welle am Eidersperrwerk etwa bei einer Wellenphase von $\theta_m = 65^\circ$ auftritt, kann zur Beantwortung dieser Frage ein sehr viel einfacherer Weg eingeschlagen werden: Die Berechnung des Angriffs glatter Wellen auf seitlich begrenzte Hindernisse ist nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3. Ordnung bereits durchgeführt worden. Besonders eingehend ist nach dieser Theorie der Wellenangriff auf kreiszylindrische Pfähle untersucht worden. Die Wellenphase θ der maximalen Gesamthorizontalkraft hängt hier außer von der Wellenhöhe H , der Wellenlänge L und der Wassertiefe d noch vom Pfahldurchmesser D ab. Es ist anzunehmen, daß sich hier der maßgebliche Phasenwinkel θ_m dem - bereits berechneten - bei Reflexion auftretenden maßgeblichen Phasenwinkel nähert, wenn der Pfahldurchmesser relativ groß angenommen wird. Dementsprechend wurde für die Wellenhöhe von 2,7 m mit einem Pfahldurchmesser von $D = 3$ m gerechnet. Der maßgebliche Phasenwinkel θ_m kann hier in der Weise ermittelt werden, daß die Gesamthorizontalkraft $P = P_D + P_M$ als Funktion des Phasenwinkels θ zur Darstellung gebracht wird. Es ist:

*) Bei zunehmender Wellensteilheit wächst der über den Ruhewasserspiegel emporragende prozentuale Anteil der Gesamtwelle an. Er kann bei Erreichen der Grenzsteilheit bis über 70 % der Gesamthöhe betragen.

$$(7) P_D = \frac{1}{16} c_D \rho D \frac{L}{\pi} \cdot \left\{ v_1^2 \cdot \cos \theta \cdot |\cos \theta| (\sinh 2ky_m + 2ky_m) + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} v_1 v_2 (\cos 2\theta \cdot |\cos \theta| \pm \cos \theta |\cos 2\theta|) \cdot \right. \\ \left. \cdot (\sinh 3ky_m + 3 \sinh ky_m) \right\}$$

$$(8) P_M = \frac{1}{4} c_M \rho D^2 \cdot \frac{\pi L}{T} (v_1 \cdot \sinh ky_m \cdot \sin \theta + v_2 \cdot \sinh 2ky_m \cdot \\ \cdot \sin 2\theta + v_3 \sinh 3ky_m \cdot \sin 3\theta)$$

In den Gleichungen (7) und (8) ist $y_m = d + \eta$ zu setzen, wo nach Gleichung (1) einzusetzen ist. Ferner ist:

$$(9) v_1 = \frac{L \cdot a}{T}$$

$$(10) v_2 = \frac{3La^2}{2T(\cosh 2kl - 1)}$$

$$(11) v_3 = - \frac{3La^3}{16T} \cdot \frac{2 \cosh 2kl - 11}{(\cosh 2kl - 1)^2}$$

$$(12) T = \sqrt{\frac{2\pi L}{g(1 + \frac{a^2}{4} m) \tanh kl}}$$

$$(13) m = \frac{\cosh 4kl + 2 \cosh 2kl + 6}{\cosh 2kl - 1}$$

$$(14) k = \frac{2\pi}{L}$$

Da a und kl und auch η (als Funktion von θ) bereits in Abschnitt 3.1 ermittelt worden sind, können nun zunächst m und k nach den Gleichungen (13) und (14) und sodann T nach Gleichung (12) berechnet werden. v_1 , v_2 und v_3 ergeben sich anschließend aus den Gleichungen (9), (10) und (11).

Nach Einsetzen von k , $y_m = d + \eta$, v_1 , v_2 , v_3 und T in die Gleichungen (7) und (8) können sodann P_D , P_M und $P = P_D + P_M$ mittels der Gleichungen (7) und (8) als Funktionen des Phasenwinkels θ berechnet werden. Für c_D wurde mit 0,71 *) und für c_m mit 2,0 gerechnet.

*) (= Mittelwert + 2 Standardabweichungen)

In Abb.3 sind die auf diese Weise berechneten Werte P_D , P_M und $P = P_D + P_M$ als Funktionen des Phasenwinkels θ graphisch dargestellt worden. Das Ergebnis weist darauf hin, daß

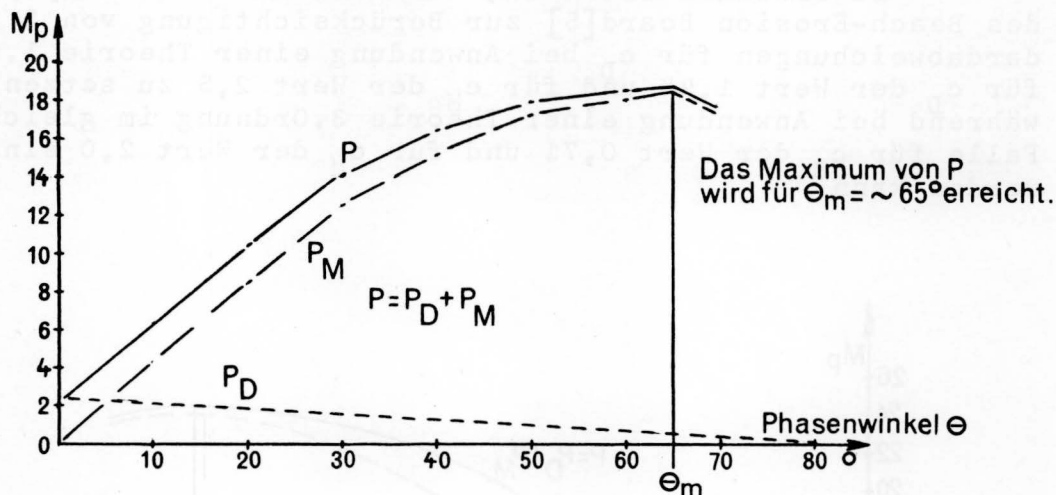


Abb.3 Gesamthorizontalkraft P in Abhängigkeit vom Phasenwinkel für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m und $d = 8$ m; $D = 3$ m; $c_D = 0,71$; $c_M = 2,0$ nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung

auch nach der STOKES-STRUIK-Rheorie 3.Ordnung bei Reflexionen einer 2,7 m hohen Welle am Eidersperrwerk die größte Kraftwirkung bei einem Phasenwinkel von 65° auftritt.

Der Pfahldurchmesser ist nicht noch größer als 3 m gewählt worden, weil die Beiwerte c_D und c_M für noch größere Durchmesser möglicherweise ihre Gültigkeit verlieren.

Das Maximum der Gesamthorizontalkraft beträgt hier 18,5 Mp.

3.3 Vergleichsrechnung nach der AIRY-Theorie

Die Theorie 1.Ordnung liefert zur Berechnung der Gesamthorizontalkraft $P = P_D + P_M$ die einfacheren Gleichungen:

$$(15) \quad P_D = \frac{1}{16} c_D \rho D \frac{\pi H^2 L}{T^2} \cdot \frac{\cos \theta \cdot |\cos \theta|}{\sinh^2 kd} (\sinh 2ky_m + 2ky_m)$$

$$(16) \quad P_M = \frac{1}{4} c_M \rho D^2 \frac{\pi^2 \cdot HL}{T^2} \cdot \frac{\sin \theta}{\sinh kd} \cdot \sinh ky_m$$

In diesen Gleichungen ist nun in $y_m = d + \eta$ für η einfach zu setzen:

$$\eta = \frac{H}{2} \cdot \cos \theta.$$

Die anderen Größen sind bereits in Abschnitt 3.2 erläutert worden.

Zu erwähnen ist noch, daß nach Technical Report No.4 des Beach-Erosion Board[5] zur Berücksichtigung von 2 Standardabweichungen für c_D bei Anwendung einer Theorie 1.Ordnung für c_D der Wert 1,44 und für c_M der Wert 2,5 zu setzen ist, während bei Anwendung einer Theorie 3.Ordnung im gleichen Falle für c_D der Wert 0,71 und für c_M der Wert 2,0 eingesetzt werden kann.

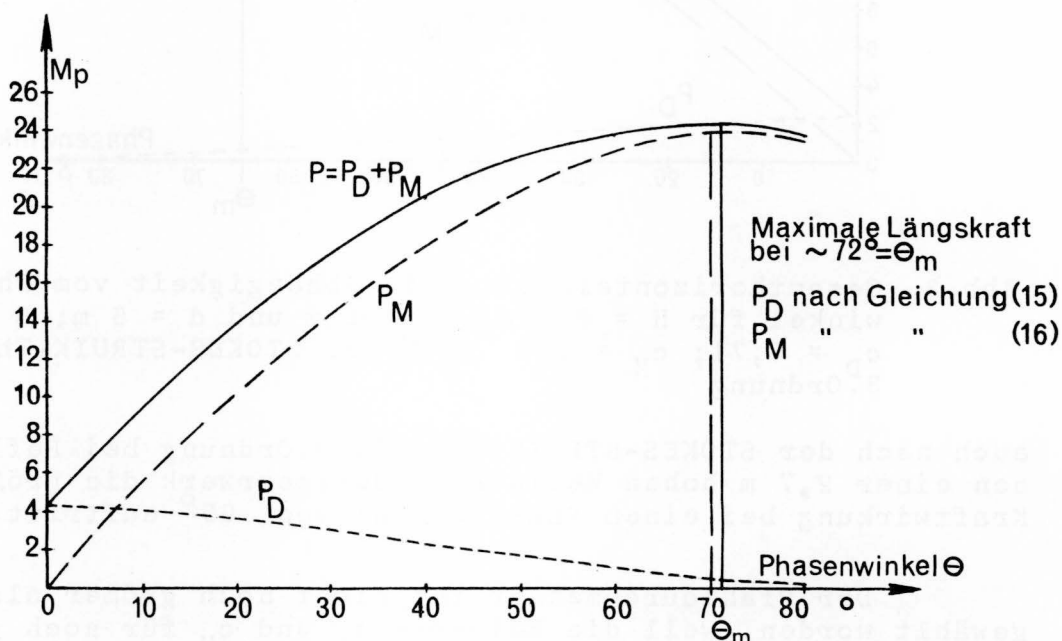


Abb.4 Gesamthorizontalkraft in Abhängigkeit von der Wellenphase für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 3$ m; $c_D = 1,44$; $c_M = 2,50$ nach der AIRY-Theorie

Die Ergebnisse dieser Berechnung sind in Abb.4 graphisch dargestellt worden. Nach dieser Theorie 1.Ordnung, die zu einer vereinfachten, rein sinusförmigen Wellenform führt (vgl. Abb.1), wäre der Eintritt der maximalen Angriffskräfte bei einem noch etwas größeren Phasenwinkel zu erwarten, den diese vereinfachte Theorie mit etwa 70° angibt. Selbstredend sind die Ergebnisse der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung als wirklichkeitsnäher zu betrachten.

Der Maximalwert der Gesamthorizontalkraft ergibt sich nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung zu $P_{\max} = 18,5$ Mp (vgl. Abb.3) und nach der AIRY-Theorie zu $P_{\max} = 24,2^{\max}$ (vgl. Abb.4).

Würde man entgegen der Anweisung in [5] auch bei Anwendung der AIRY-Theorie mit $c_D = 0,71$ und $c_M = 2,0$ rechnen, würde sich hier als Maximalwert der Gesamthorizontalkraft $P_{\max} = 19,1$ Mp ergeben. Dieser Wert ist nur um 3 % größer als der nach der STOKES-STRUIK-Theorie berechnete Maximalwert. Der zugehörige Wert θ_m würde dadurch nicht wesentlich geändert werden.

3.4 Berechnung des Biegemomentes an der Sohle (für die Wellenphase der maximalen Horizontalkraft)

Nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung hat man zur Berechnung des Biegemomentes an der Sohle die Gleichungen :

$$(17) \quad M_b = M_D + M_M$$

$$(18) \quad M_D = \frac{1}{64} \cdot c_D \cdot \rho \cdot D \frac{L^2}{\pi^2} \cdot \left\{ v_1^2 \cdot \cos \theta |\cos \theta| \left[2ky_m \cdot \sinh 2ky_m - \cosh 2ky_m + 1 + \frac{1}{2} (2ky_m)^2 \right] + \frac{4}{9} v_1 v_2 (\cos 2\theta \cdot |\cos \theta| \pm \cos \theta \cdot |\cos 2\theta|) \cdot \left[3ky_m \sinh 3ky_m - \cosh 3ky_m + 1 + 9 (ky_m \sinh ky_m - \cosh ky_m + 1) \right] \right\}$$

$$(19) \quad M_M = \frac{1}{8} c_M \rho D^2 \cdot \frac{L^2}{T} \left[v_1 \sin \theta (ky_m \sinh ky_m - \cosh ky_m + 1) + \frac{1}{2} v_2 \sin 2\theta (2ky_m \sinh 2ky_m - \cosh 2ky_m + 1) + \frac{1}{3} v_3 \sin 3\theta (3ky_m \sinh 3ky_m - \cosh 3ky_m + 1) \right]$$

Zur Berechnung des maximalen *) Biegemomentes an der Sohle ist in Gleichung (18) und in Gleichung (19) zunächst gesetzt worden: $\theta = \theta_m = 65^\circ$. Da $\theta_m < 135^\circ$ ist, muß in Gleichung (18) das obere Vorzeichen (+) gewählt werden.

Für $\theta = \theta_m = 65^\circ$ findet man in Abb.1 für $y_m = d + \eta$ den Wert 8,4 m.

Die einzusetzenden Werte k , T , v_1 , v_2 und v_3 sind bereits aus den Gleichungen (9) bis (14) ermittelt worden.

*) vgl. die Ausführungen in Abschnitt 7..

Die Zahlenrechnung, in der wieder $c_D = 0,71$ und $c_M = 2,00$ gesetzt worden ist, ergibt:

$$M_D = 1,3 \text{ m} \cdot \text{Mp}, M_M = 89,2 \text{ m} \cdot \text{Mp} \text{ und } M_b = 90,5 \text{ m} \cdot \text{Mp}$$

Zum Vergleich soll nun das maximale *) Biegemoment an der Sohle auch nach der AIRY-Theorie berechnet werden. An die Stelle der Gleichungen (18) und (19) treten dann die einfacheren Gleichungen:

$$(20) M_D = \frac{1}{64} c_D \rho D \frac{H^2 \cdot L^2}{T^2} \cdot \frac{\cos \theta \cdot |\cos \theta|}{\sinh^2 k d} \cdot \left[2k y_m \sinh 2k y_m - \cosh 2k y_m + 1 + \frac{1}{2} (2k y_m)^2 \right]$$

$$(21) M_M = \frac{1}{8} c_M \rho \pi D^2 \frac{H L^2}{T^2} \cdot \frac{\sin \theta}{\sinh k d} \cdot (k y_m \sinh k y_m - \cosh k y_m + 1)$$

In den Gleichungen (20) und (21) ist nach [5] wieder $c_D = 1,44$ und $c_M = 2,5$ gesetzt worden. Ferner ist hier entsprechend Abb. 4: $\theta = \theta_m = 70^\circ$ gesetzt worden. Außerdem ist nach der gestrichelt gezeichneten Kurve in Abb. 1 für $y_m = d + \eta$ entsprechend $\theta = 70^\circ$ der Wert $y_m = 8,46$ einzusetzen. Die anderen Größen sind bereits vermittle der Gleichungen (12), (13) und (14) berechnet worden.

$$M_D = 2,1 \text{ m} \cdot \text{Mp}; M_M = 115,0 \text{ m} \cdot \text{Mp}; M_b = 117,1 \text{ m} \cdot \text{Mp}.$$

Setzt man in den Gleichungen (20) und (21) ebenso wie in den Gleichungen (18) und (19) für c_D und c_M die Werte 0,71 bzw. 2,00, erhält man als Ergebnis:

$$M_b = 1,0 + 92,0 = 93,0 \text{ m} \cdot \text{Mp}$$

Der nach der AIRY-Theorie berechnete Wert des Sohlenmomentes unterscheidet sich dann nur noch um $\sim 3\%$ von dem nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3. Ordnung berechneten Werte.

3.5 Berechnung der vertikalen Verteilung der maximalen Gesamthorizontalkraft auf die Längenelemente des Pfahles

Für die auf die Längeneinheit des Pfahles bezogenen horizontalen Längskräfte gilt nach MORISON allgemein:

$$(22) P(y) = c_D \cdot \frac{\rho}{2} \cdot D \cdot v_x^2 + c_M \cdot \rho \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \frac{\delta v_x}{\delta t}$$

*) vgl. die Ausführungen in Abschnitt 7

In Gleichung (22) sind v_x und $\frac{\delta v_x}{\delta t}$ Funktionen von y und θ . Für diese Funktionen liefert die STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung :

$$(23) \quad v_x = v_1 \cdot \cos \theta \cdot \cosh ky + v_2 \cdot \cos 2\theta \cdot \cosh 2ky + \\ + v_3 \cdot \cos 3\theta \cdot \cosh 3ky$$

$$(24) \quad \frac{\delta v_x}{\delta t} = a_1 \cdot \sin \theta \cdot \cosh ky + a_2 \cdot \sin 2\theta \cdot \cosh 2ky + \\ + a_3 \cdot \sin 3\theta \cdot \cosh 3ky$$

$$(25) \quad a_1 = v_1 \cdot \frac{2\pi}{T}; \quad a_2 = v_2 \cdot \frac{4\pi}{T}; \quad a_3 = v_3 \cdot \frac{6\pi}{T}$$

In die Gleichungen (23) und (24) ist einzusetzen: $\theta = \theta_m = 65^\circ$ (vgl. Abb.3). Alle anderen Größen wurden bereits vermittels der Gleichungen (9) bis (14) berechnet.

Bei Anwendung der AIRY-Theorie gilt ebenfalls die Gleichung (22). An die Stelle der Gleichungen (23) und (24) treten dann die einfacheren Gleichungen :

$$(26) \quad v_x = \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \cos \theta \cdot \frac{\cosh ky}{\sinh kd}$$

$$(27) \quad \frac{\delta v_x}{\delta t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \cdot \sin \theta \cdot \frac{\cosh ky}{\sinh kd}$$

In die Gleichungen (26) und (27) ist nach Abb.4 einzusetzen: $\theta = \theta_m = 70^\circ$.

Entsprechend der Empfehlung in [5] wurde bei Anwendung der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung gesetzt: $c_D = 0,71$; $c_M = 2,00$ und bei Anwendung der AIRY-Theorie zunächst wieder: $c_D = 1,44$; $c_M = 2,50$. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind auf Abb.5 graphisch dargestellt worden.

Setzt man dagegen auch bei Anwendung der AIRY-Theorie - also bei Verwendung der Gleichungen (26) und (27) - in

Gleichung (22) ebenfalls $c_D = 0,71$ und $c_M = 2,50$, so kommen die beiden Kurven in Abb.5 nahezu zur Deckung: Die Unterschiede betragen dann nur noch $\sim 3\%$.

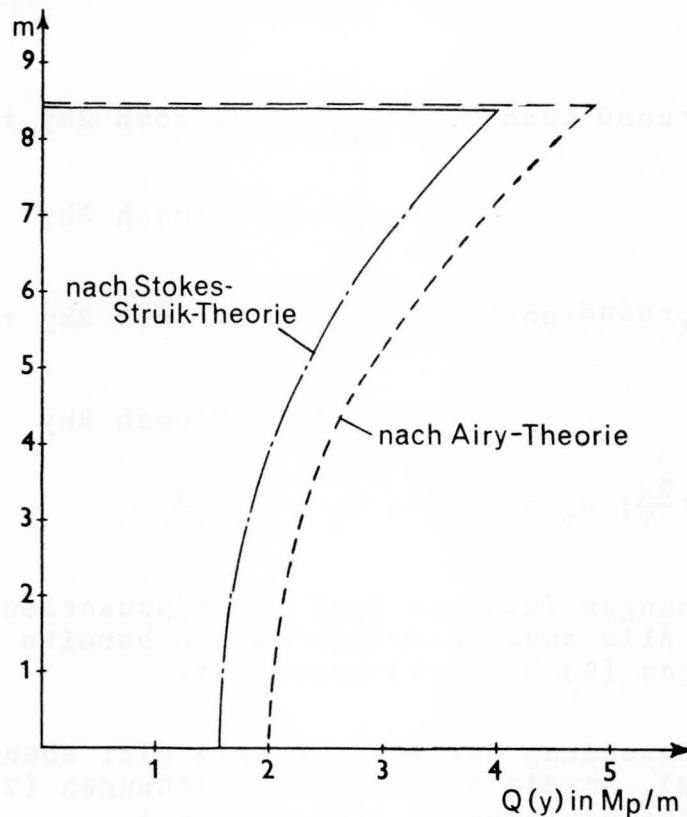


Abb.5 Verteilung der maximalen Gesamthorizontalkraft nach der STOKES-STRUİK-Theorie und nach der AIRY-Theorie für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m und $D = 3$ m ($\theta_m = 65^\circ$ bzw. 70°)

4. Vorherige Abschätzung des Einflusses der Glieder höherer Ordnung auf die Berechnungsergebnisse

Die in den vorhergehenden Abschnitten festgestellte Tatsache, daß sich die nach den Theorien 3.Ordnung und 1.Ordnung berechneten Längskräfte und Momente nur sehr geringfügig unterscheiden, falls hier - entgegen der Empfehlung in [5] - in beiden Rechengängen für die Beiwerte c_D und c_M die gleichen Werte eingesetzt werden, ist keineswegs eine allgemein geltende. Sie ist bei den hier durchgeführten Berechnungen bedingt durch die Kombination der Beträge von H , L und d , durch die nach den Gleichungen (5), (6), (9), (10) und (11) neben den Hilfsparametern a und l die Zahlenwerte von v_1 , v_2 und v_3 völlig bestimmt sind.

Aus der Form der Gleichungen (8) und (19) und aus einem Vergleich der Gleichungen (23) und (24) mit den Gleichungen (26) und (27) geht hervor, daß die Ergebnisse, die

durch Anwendung der Theorie 3.Ordnung gewonnen sind, immer dann von den durch Anwendung der Theorie 1.Ordnung gefundenen Ergebnissen nur geringfügig differieren werden, wenn die Verhältnisse $\frac{v_2}{v_1}$ und $\frac{v_3}{v_1}$ kleine Beträge haben.

Bei dem hier durchgerechneten Beispiel ergeben sich die Werte :

$$v_1 = 0,805 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; v_2 = 0,0187 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ und } v_3 = - 0,00020 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Hier beläuft sich der Betrag von v_2 also nur auf 2,3 % des Betrages von v_1 und der Betrag von v_3 nur auf 0,025 % des Betrages von v_1 . Entsprechend klein sind auch die Einflüsse der Glieder 2.Ordnung und 3.Ordnung auf die Berechnungsergebnisse: Während hier die Glieder 3.Ordnung völlig ohne Einfluß auf die Berechnungsergebnisse sind, bedingen hier die Glieder 2.Ordnung eine Korrektur der Ergebnisse der Theorie 1.Ordnung um $\sim 2,3$ %.

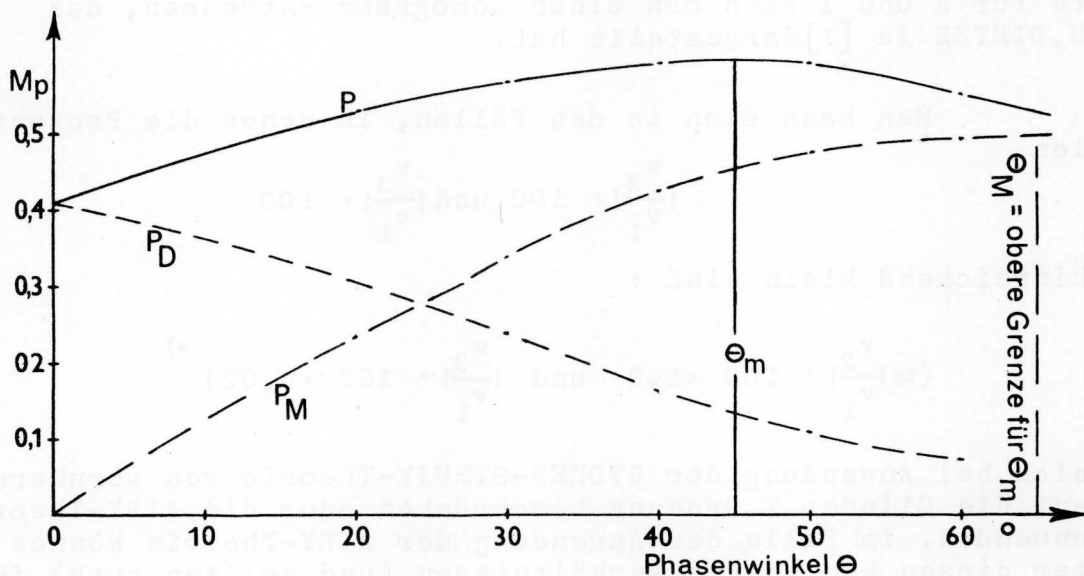


Abb.6 Gesamthorizontalkraft P in Abhängigkeit vom Phasenwinkel der Welle für $H = 2,7 \text{ m}$; $L = 35 \text{ m}$; $d = 8 \text{ m}$; $D = 0,5 \text{ m}$; $c_D = 0,71$; $c_M = 2,0$ nach der STOKES-STRIJK-Theorie 3.Ordnung

In Gleichung (7) und in Gleichung (18) bleibt im allgemeinen ohnehin nur der erste, nicht von v_2 und v_3 abhängige Summand übrig, da für $\theta = \theta_m \geq 45^\circ$ der Faktor $(\cos 2\theta \cdot |\cos \theta| + \cos \theta \cdot |\cos 2\theta|)$ *) gleich Null ist, was nach

*) In den Gleichungen (7) und (18) gilt das negative Vorzeichen erst für $\theta \geq 135^\circ$. Die praktisch vorkommenden Werte θ_m sind im allgemeinen kleiner als $\sim 65^\circ$.

Abb.4 und nach Abb.6 nur für sehr schlanke kreiszylindrische Pfähle nicht der Fall ist : Dieser Faktor ist nur von Null verschieden, wenn $\theta < 45^\circ$ ist. Das tritt nur ein, wenn der Pfahldurchmesser für die Wellenhöhe sehr klein gewählt wird (vgl. Abb.6). Auch in diesen Fällen ist aber das Verhältnis der beiden in diesen Gleichungen vor den Gliedern 2. und 1.Ordnung auftretenden Faktoren $(v_1 \cdot v_2)$ und (v_1^2) gleich $\frac{v_2}{v_1}$.

5. Folgerungen für die Rechenpraxis

Aus den in Abschnitt 4 angestellten Überlegungen folgt für die Rechenpraxis : Bevor man sich für eine vollständige Durchführung des verhältnismäßig zeitraubenden und aufwendigen Berechnungsverfahrens nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung entscheidet, sollte man zunächst nur vermittle der 5 Gleichungen (5), (6), (9), (10) und (11) die 5 Zahlenwerte a , l , v_1 , v_2 und v_3 ermitteln. Das ist sehr rasch durchführbar, da man sich zum Zwecke einer Abschätzung der Verhältnisse v_2/v_1 und v_3/v_1 für die Hilfsparameter a und l mit Näherungswerten begnügen kann. Diese Näherungswerte für a und l kann man einem Nomogramm entnehmen, das W.DIETZE in [1] dargestellt hat.

Man kann dann in den Fällen, in denen die Prozentzahlen

$$\left| \frac{v_2}{v_1} \right| \cdot 100 \text{ und } \left| \frac{v_3}{v_1} \right| \cdot 100$$

hinreichend klein sind :

$$\left(\approx \left| \frac{v_2}{v_1} \right| \cdot 100 < 1,0 \text{ und } \left| \frac{v_3}{v_1} \right| \cdot 100 < 0,02 \right) \quad *)$$

sich bei Anwendung der STOKES-STRUIK-Theorie von vornherein auf die Glieder 1.Ordnung beschränken oder die AIRY-Theorie anwenden. Im Falle der Anwendung der AIRY-Theorie können unter diesen besonderen Verhältnissen (und sollten auch) für die Beiwerte c_D und c_M die gleichen Beträge eingesetzt werden, wie bei Anwendung der STOKES-STRUIK-Theorie.

In den Fällen, in denen die Prozentzahlen $\frac{v_2}{v_1} \cdot 100$ und $\frac{v_3}{v_1} \cdot 100$ groß sind im Vergleich zu 1,0 bzw. 0,02, müssen

bei Anwendung der STOKES-STRUIK-Theorie alle Glieder bis einschließlich 3.Ordnung berücksichtigt werden. In diesen Fällen liefert die AIRY-Theorie nur recht ungenaue Ergebnisse. Deshalb sind dann bei Anwendung dieser vereinfachten Theorie für die Beiwerte c_D und c_M die in [5] empfohlenen größeren Zahlenwerte einzusetzen, damit die erforderliche Sicherheit erreicht wird.

*) Wenn der durch Vernachlässigung der Glieder 2.Ordnung und 3.Ordnung entstehende Fehler kleiner bleiben soll als ~2%.

In den Fällen, in denen

$$\left| \frac{v_2}{v_1} \right| \cdot 100 > 1,0 \text{ und } \left| \frac{v_3}{v_1} \right| \cdot 100 < 0,02$$

ist, brauchen bei Anwendung der STOKES-STRUIK-Theorie nur die Summanden berücksichtigt zu werden, in denen der Faktor v_3 nicht auftritt (Vernachlässigung der Glieder 3.Ordnung).

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß in allen Fällen, in denen die Voruntersuchung ergibt:

$$\left| \frac{v_2}{v_1} \right| \cdot 100 > 1,0,$$

es angebracht ist, nicht die AIRY-Theorie sondern die STOKES-STRUIK-Theorie anzuwenden. Eine Ausnahme bildet der Flachwasserbereich ($d \leq \frac{L}{25}$), in dem nur noch die Theorie der cnoidalen Wellen Gültigkeit besitzt.

6. Berechnungsverfahren von J.R. MORISON

MORISON [3] knüpft seine theoretischen Überlegungen an die Gleichungen :

$$(28) \quad x = \frac{H}{2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi(d+z)}{L}\right) \cdot \sin \theta}{\sinh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}$$

(Aus Gleichung (28) folgt bei Berücksichtigung von

$$\theta = \frac{2\pi x}{L} = \frac{2\pi t}{T} \text{ durch Differentiation nach } t :)$$

$$(29) \quad v_x = \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi(d+z)}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \cdot \cos \theta$$

(und durch nochmalige Differentiation :)

$$(30) \quad \frac{\delta v_x}{\delta t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi(d+z)}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \cdot \sin \theta.$$

An der Sohle ist $z = -d$ zu setzen.

Die Gleichungen (29) und (30) lassen sich durch eine Parallelverschiebung der x-Achse vom Ruhewasserspiegel zur Meeressohle in die Gleichungen (26) und (27) transformieren.

Daraus folgt, daß MORISON bei seinen theoretischen Überlegungen die AIRY-Theorie benutzt und sein Verfahren nur von 1.Ordnung ist.

Während in den vorhergehenden Abschnitten sowohl bei Anwendung der AIRY-Theorie als auch bei Anwendung der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung der Wellenphasenwinkel θ_m , bei dem die maximale Kraftwirkung der Welle auftritt, dadurch ermittelt wird, daß die Gesamthorizontalkraft $P^*)$ als Funktion des Wellenphasenwinkels θ berechnet wird und dann das Maximum dieser Funktion $P = f(\theta)$ bestimmt wird (vgl. Abbildungen 3,4 u.6), erspart man sich bei Anwendung des Verfahrens von MORISON diesen zeitraubenden und beschwerlichen Weg. Das mag in der Praxis häufig Veranlassung geben, dieses Verfahren anzuwenden: MORISON hat versucht, den Zusammenhang zwischen der dimensionslosen Größe

$$\frac{D^2 \cdot d}{H^2 \cdot L}$$

und dem für die maximale Kraftwirkung $^{**})$ auf den kreiszylindrischen Pfahl maßgeblichen Wellenphasenwinkel θ'_m durch Modellversuche zu ermitteln. Das Ergebnis dieser m Modellversuche hat MORISON in einer Graphik dargestellt (vgl. Fig.3 in [3]). Über den Grad der Naturähnlichkeit dieser Modellversuche kann hier nichts gesagt werden. Auffallend an der von MORISON gewonnenen Graphik ist ein sehr großer Streubereich der Versuchsergebnisse. Z.B. streuen für $\theta'_m = 50^\circ$ die Werte von $\frac{D^2 \cdot d}{H^2 \cdot L}$ zwischen 2×10^{-2} und 7×10^{-2} und für $\theta'_m = 70^\circ$ zwischen 4×10^{-2} und 18×10^{-2} . Die drei in die Graphik eingetragenen geraden Linien kennzeichnen die Mittelwerte der Versuchsergebnisse und die obere und die untere Grenze des Streubereichs.

Durch die Versuche ist auch der Zusammenhang zwischen θ'_m und den Zahlenwerten c_D und c_M dieser Beiwerte ermittelt worden und in einer zweiten Graphik dargestellt worden.

Durch Kombination der beiden graphischen Darstellungen findet man ein zu

$$\frac{D^2 \cdot d}{H^2 \cdot L}$$

gehöriges Wertepaar c_D und c_M .

Unter Verwendung dieser Werte c_D und c_M erhält man nach MORISON für θ'_m einen verbesserten Wert aus der Gleichung :

*) vgl. hierzu auch Abschnitt 7

**) Genauer: maximales Sohlenmoment (vgl. Abschnitt 7).

$$(31) \quad \theta'_m = \arcsin \left\{ \frac{\pi \cdot c_M \cdot D \cdot (k_1 - (d+z)k_4)}{8 \cdot c_D \cdot H \cdot (k_2 - (d+z)k_3)} \right\}$$

Für die Koeffizienten k_1 , k_2 , k_3 und k_4 gibt MORISON Formeln an, die er aus der AIRY-Theorie hergeleitet hat.

Soll das maximale Biegemoment an der Sohle berechnet werden, vereinfacht sich Gleichung (31) wegen $(d+z) = 0$ zu :

$$(32) \quad \theta'_m = \arcsin \left\{ \frac{\pi \cdot c_M \cdot D \cdot k_1}{8 \cdot c_D \cdot H \cdot k_2} \right\}$$

Die in den vorangehenden Abschnitten gewonnenen Ergebnisse geben auch die Möglichkeit, das Verfahren von MORISON hinsichtlich seines Anwendungsbereichs mit den anderen - oben geschilderten Verfahren 1. bis 3. Ordnung zu vergleichen.

Setzt man entsprechend Abb.3 und Abb.4 : $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m und $D = 3$ m, so wird

$$\frac{D^2 \cdot d}{H^2 L} = 2,82 \cdot 10^{-1}.$$

Für diesen Wert läßt sich die Graphik MORISON's nur ablesen, wenn man die eingezeichnete obere Grenze des Streubereiches verwendet. Man erhält dann : $\theta'_m = \sim 84^\circ$ und nach der anderen Graphik : $c_D = 2,5$ und $c_M = 2,0$.

Damit erhält man nach MORISON's Gleichung (32) :

$$\theta'_m = \arcsin \left\{ \frac{\pi \cdot 2,0 \cdot 3 \cdot 0,381}{8 \cdot 2,5 \cdot 2,7 \cdot 0,086} \right\} \quad \text{d.h.}$$

$$\theta'_m = \arcsin \left\{ 1,55 \right\} ,$$

da sich für $d = 8$ m; $L = 35$ m und $(d+z) = 0$ nach MORISON's Gleichungen $k_1 = 0,381$ und $k_2 = 0,086$ ergibt.

In diesem Falle hat die Gleichung (32) keine reelle Lösung. Für extrem große Durchmesser D (relativ zur Wellenhöhe) versagt also das Verfahren.

Berechnet man dagegen unter Beibehaltung der aus MORISON's Graphik abgelesenen Beiwerte $c_D = 2,5$ und $c_M = 2,0$ mittels der Gleichungen (20) und (21) - also nach der AIRY-Theorie - die Abhängigkeit des Sohlenmomentes von dem Wellenphasenwinkel θ , bekommt man das in Abb.7 dargestellte Bild. Aus diesem geht hervor, daß das maximale Sohlenmoment

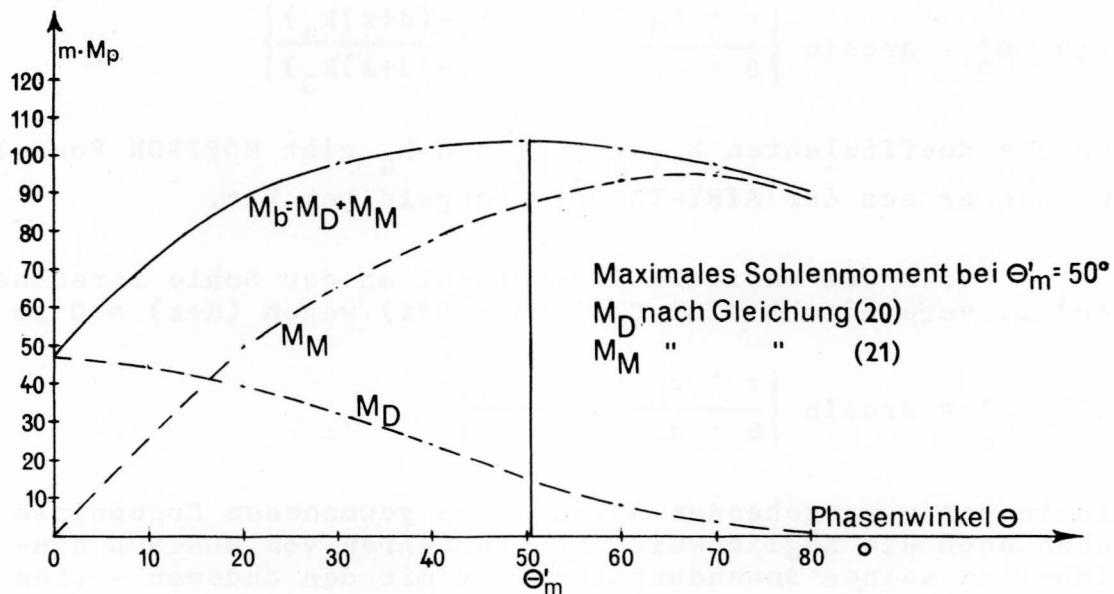


Abb.7 Sohlenmoment in Abhängigkeit vom Phasenwinkel Θ für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 3$ m; $c_D = 2,5$; $c_M = 2,0$ nach der AIRY-Theorie

in diesem Falle nach der AIRY-Theorie für die Wellenphase $\Theta'_m = \sim 50^\circ$ erreicht wird und, wie aus Abb.8 hervorgeht, nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung für den Wellenphasenwinkel $\Theta'_m = \sim 45^\circ$.

Es soll das Verfahren von MORISON auch für die in Abb.6 verwendeten Ausgangsgrößen : $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m und $D = 0,5$ m getestet werden. Man erhält in diesem Falle :

$$\frac{D^2 \cdot d}{H^2 \cdot L} = 7,85 \cdot 10^{-3}.$$

Die Ausgleichslinie von MORISON's Graphik liefert dafür $\Theta'_m = \sim 14^\circ$. An der unteren Grenzlinie des Streubereiches findet man : $\Theta'_m = \sim 24^\circ$. Dafür erhält man aus der anderen Graphik $c_D = 1,6$; $c_M = 1,0$ bzw. $c_D = 1,65$; $c_M = 1,4$.

Für das Sohlenmoment vereinfacht sich die von MORISON angegebene Gleichung (31) zu Gleichung (32). Da k_1 und k_2 nur von H , L und d und nicht von D abhängen, bekommt man² die verbesserten Werte :

$$\Theta'_m = \arcsin \left\{ \frac{\pi \cdot 1,0 \cdot 0,5 \cdot 0,381}{8 \cdot 1,6 \cdot 2,7 \cdot 0,086} \right\} \quad \text{bzw.}$$

$$\theta'_m = \arcsin \left\{ \frac{\pi \cdot 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,381}{8 \cdot 1,65 \cdot 2,7 \cdot 0,086} \right\}, \text{ also}$$

$$\theta'_m = \arcsin (0,2) \quad \text{bzw.} \quad \theta'_m = \arcsin (0,272)$$

d.h. $\theta'_m = 11,5^\circ$ bzw. $\theta'_m = 15^\circ 50'$

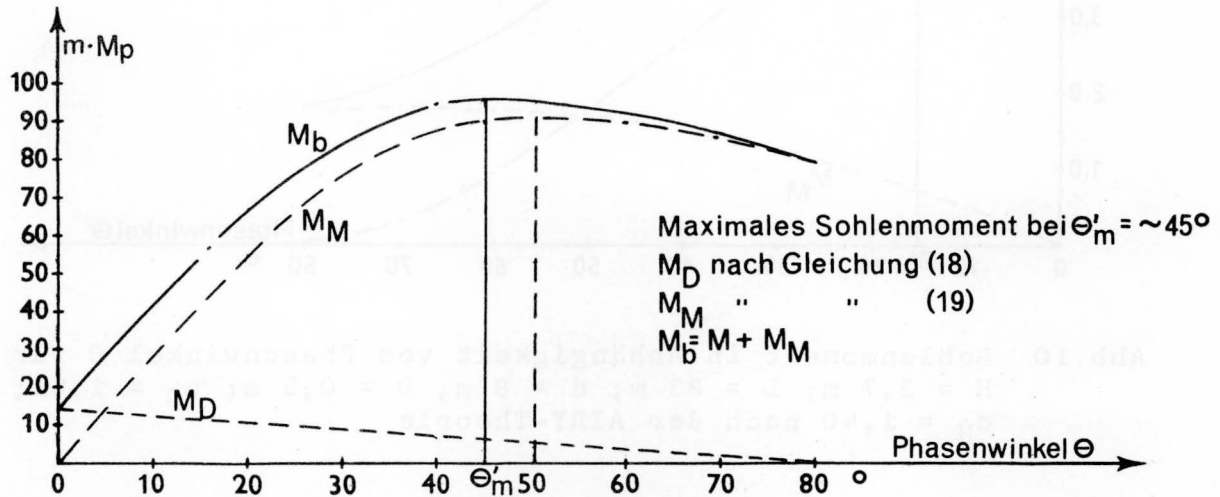


Abb.8 Sohlenmoment in Abhängigkeit von Θ für $H = 2,7$ m;
 $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 3$ m; $c_D = 0,71$; $c_M = 2,0$
 nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung

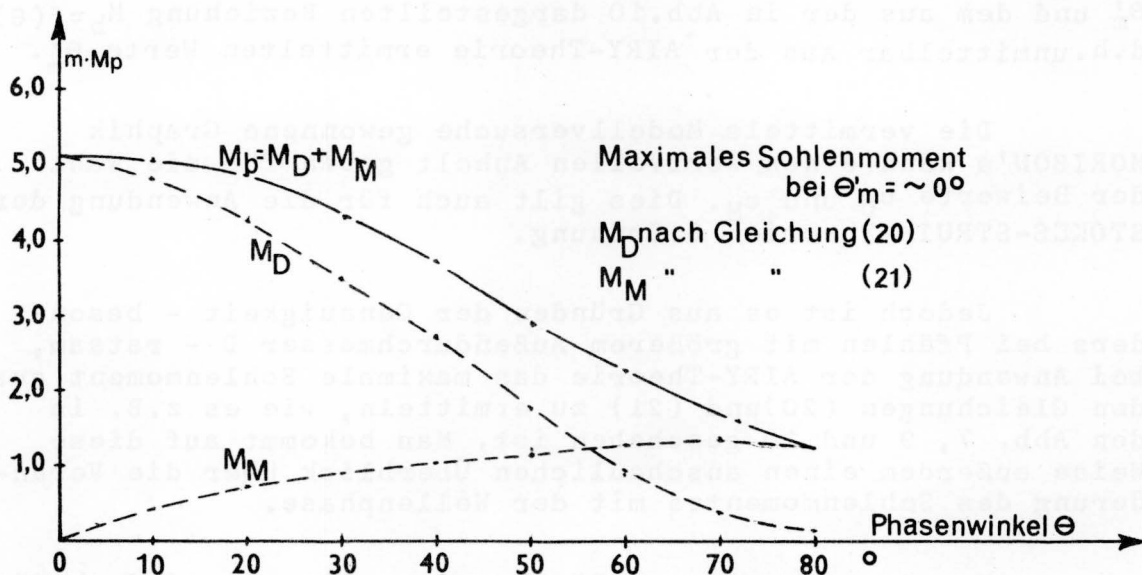


Abb.9 Sohlenmoment in Abhängigkeit von Θ für $H = 2,7$ m;
 $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 0,5$ m; $c_D = 1,6$; $c_M = 1,0$
 nach der AIRY-Theorie

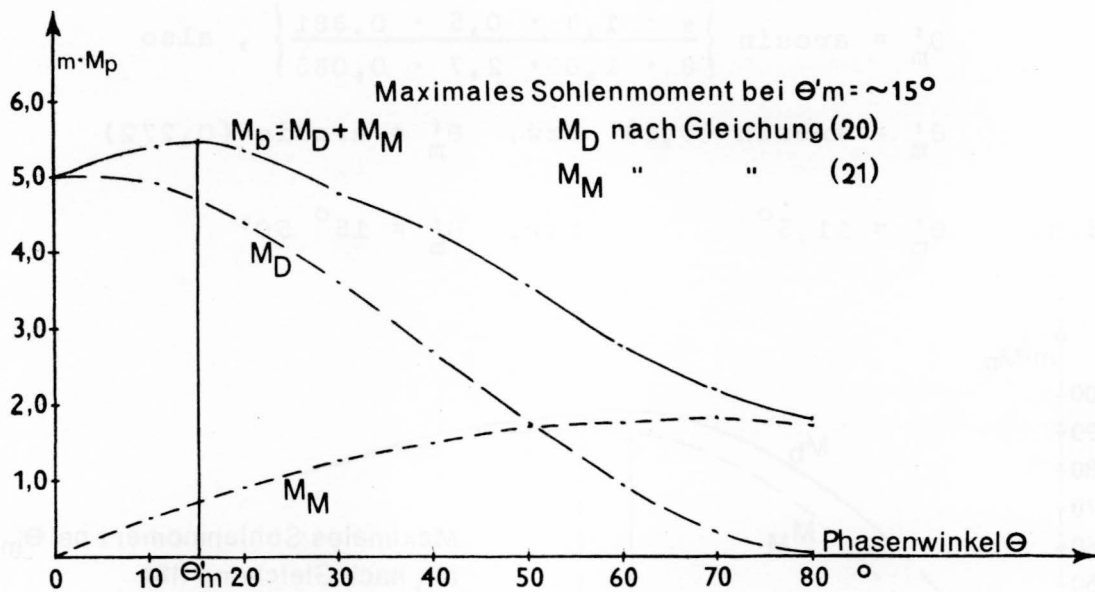


Abb.10 Sohlenmoment in Abhängigkeit vom Phasenwinkel Θ für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 0,5$ m; $c_D = 1,65$; $c_M = 1,40$ nach der AIRY-Theorie

Für die beiden Ablesungen von MORISON's Diagramm zeigen Abb.9 und Abb.10 die Abhängigkeit des Sohlenmomentes von der Wellenphase nach der AIRY-Theorie. Im zweiten Falle, also bei Ablesung des Näherungswertes " β " für Θ' an der unteren Grenze des Streubereiches findet gute Übereinstimmung statt zwischen dem nach MORISON's Gleichung (31) berechneten Werte Θ'_m und dem aus der in Abb.10 dargestellten Beziehung $M_b = f(\Theta)$ d.h.unmittelbar aus der AIRY-Theorie ermittelten Werte Θ'_m .

Die vermittels Modellversuche gewonnene Graphik MORISON's kann einen wertvollen Anhalt geben für die Wahl der Beiwerte c_D und c_M . Dies gilt auch für die Anwendung der STOKES-STRUICK-Theorie 3.Ordnung.

Jedoch ist es aus Gründen der Genauigkeit - besonders bei Pfählen mit größerem Außendurchmesser D - ratsam, bei Anwendung der AIRY-Theorie das maximale Sohlenmoment aus den Gleichungen (20) und (21) zu ermitteln, wie es z.B. in den Abb. 7, 9 und 10 geschehen ist. Man bekommt auf diese Weise außerdem einen anschaulichen Überblick über die Veränderung des Sohlenmomentes mit der Wellenphase.

Vor Anwendung der AIRY-Theorie sollte man jedoch die in den Abschnitten 4 und 5 geschilderten Abschätzungen vornehmen.

7. Maximale Gesamthorizontalkraft, maximales Sohlenmoment und die zugehörigen Wellenphasen

Unter Gesamthorizontalkraft ist die Summe der an den Längenelementen des Pfahles angreifenden Horizontalkräfte zu verstehen. Sie wird also durch den Inhalt der Fläche "unterhalb" der in Abb. 5 veranschaulichten Verteilungskurve dargestellt.

In Abschnitt 3.4 wurde das Sohlenmoment zunächst für den Phasenwinkel θ_m berechnet, bei dem die Gesamthorizontalkraft ihren maximalen Wert annimmt.

Aus einem Vergleich der Gleichungen (18) und (19) mit den Gleichungen (7) und (8) geht hervor, daß der maximale Wert des Sohlenmomentes nicht bei derselben Wellenphase auftreten wird wie der maximale Wert der Gesamthorizontalkraft. Es ist auch anschaulich klar, daß das maximale Sohlenmoment im allgemeinen bei einem Wellenphasenwinkel θ'_m auftreten wird, der kleiner ist als θ_m , da den an den Längenelementen des Pfahles angreifenden Horizontalkräften dann längere Hebelarme zugeordnet sind.

Wenn also z.B. für eine Festigkeitsberechnung das maximale Sohlenmoment - oder bei Berücksichtigung der elastischen Einspannung das maximale Moment an einer unterhalb der Sohle gelegenen Stelle - zu bestimmen ist, müssen auch M_D und M_M nach den Gleichungen (18) und (19) bzw. nach den Gleichungen (20) und (21) als Funktionen des Phasenwinkels θ berechnet werden.

In [1] ist in einem Berechnungsbeispiel nur die zur maximalen Gesamthorizontalkraft gehörende Wellenphase ermittelt worden. Dadurch, daß dort ein Hinweis auf die davon abweichende Wellenphase des maximalen Sohlenmomentes fehlt, kann leicht der Eindruck erweckt werden, daß man bei Ermittlung des maximalen Sohlenmomentes von der gleichen Wellenphase ausgehen dürfe oder solle.

In Abb.3 ist der Verlauf der Gesamthorizontalkraft und in Abb.8 der Verlauf des Sohlenmomentes als Funktion des Phasenwinkels θ nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3.Ordnung für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 3$ m; $c_D = 0,71$ und $c_M = 2,0$ dargestellt worden. Während das Maximum der Gesamthorizontalkraft nach Abb.3 für $\theta = 65^\circ$ auftritt, wird das maximale Sohlenmoment nach Abb. 8 bereits für $\theta'_m = \sim 45^\circ$ erreicht.

Abb.6 und Abb.11 veranschaulichen die Abhängigkeit der Gesamthorizontalkraft bzw. des Sohlenmomentes vom Phasenwinkel θ nach der STOKES-STRUICK-Theorie 3.Ordnung für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 0,5$ m; $c_D = 0,71$ und $c_M = 2,0$. In diesem Falle beträgt der Phasenwinkel $\theta_m \sim 45^\circ$, dagegen der Phasenwinkel θ'_m nur $\sim 31^\circ$.

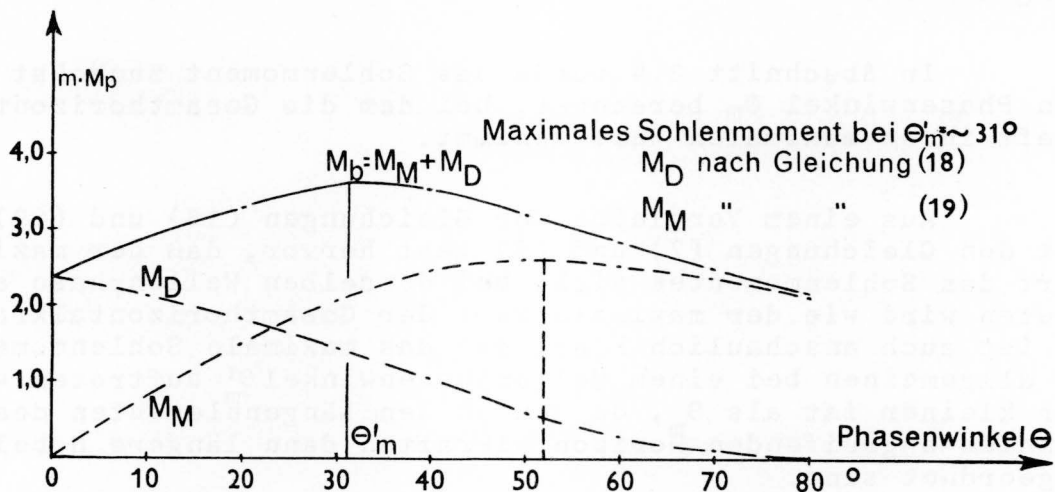


Abb.11 Sohlenmoment in Abhängigkeit vom Phasenwinkel θ für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 0,5$ m; $c_D = 0,71$; $c_M = 2,00$ nach der STOKES-STRUICK-Theorie 3.Ordnung

Für andere Wassertiefen d als 8 m können die Unterschiede zwischen θ_m und θ'_m noch größer ausfallen dann, wenn die Verteilung der Gesamthorizontalkraft auf die Längenelemente des Pfahles und deren Zuordnung zu den Hebelarmen (Abständen von der Sohle) noch stärker ins Gewicht fallen.

Im ersten Falle (s.o.) ist nach Abb.8 für den Phasenwinkel θ_m das Sohlenmoment um 7 % geringer als das maximale Sohlenmoment und im zweiten Falle ist nach Abb.11 das Sohlenmoment für den Phasenwinkel θ_m sogar um 9 % geringer als das maximale Sohlenmoment.

Für eine Festigkeitsberechnung und für eine Pfahldimensionierung genügt es also keineswegs, nur die Abhängigkeit der Gesamthorizontalkraft von der Wellenphase und die Verteilung der maximalen Gesamthorizontalkraft auf die Längenelemente des Pfahles zu ermitteln (vgl. Abb.3 und Abb.5); vielmehr muß in jedem Falle auch die Abhängigkeit des Sohlenmomentes vom Phasenwinkel θ berechnet und so zur Darstellung gebracht werden, wie es in den Abb.7 bis 14 für verschiedene Berechnungsbeispiele geschehen ist.

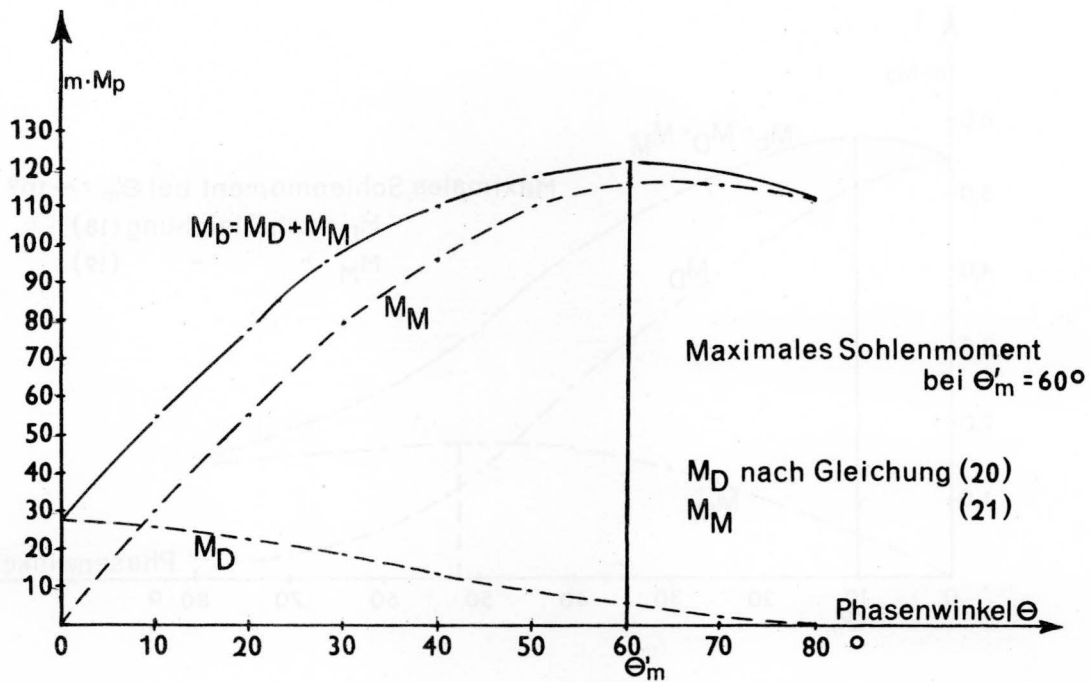


Abb.12 Sohlenmoment in Abhängigkeit vom Phasenwinkel Θ für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 3$ m; $c_D = 1,44$; $c_M = 2,50$ nach der AIRY-Theorie

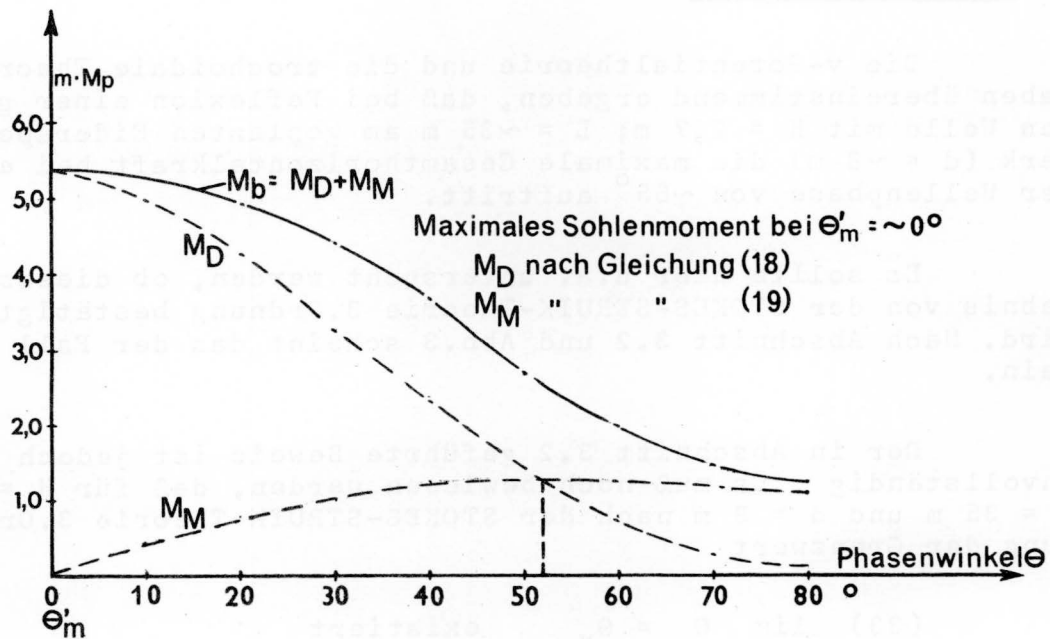


Abb.13 Sohlenmoment in Abhängigkeit vom Phasenwinkel Θ für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 0,5$ m; $c_D = 1,6$; $c_M = 1,0$ nach der STOKES-STRUIK-Theorie 3. Ordnung

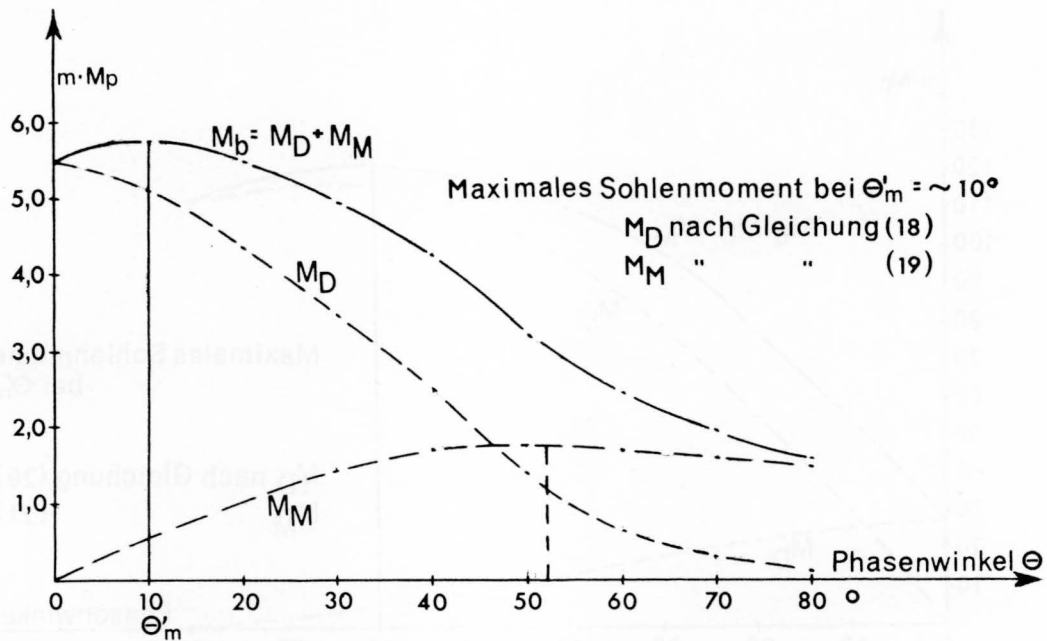


Abb.14 Sohlenmoment in Abhängigkeit vom Phasenwinkel Θ für $H = 2,7$ m; $L = 35$ m; $d = 8$ m; $D = 0,5$ m; $c_D = 1,65$; $c_M = 1,40$ nach der STOKES-STRUİK-Theorie 3.Ordnung

8. Schlußbemerkungen

Die v-Potentialtheorie und die trochoidale Theorie haben übereinstimmend ergeben, daß bei Reflexion einer glatten Welle mit $H = 2,7$ m; $L = \sim 35$ m am geplanten Eidersperrwerk ($d = \sim 8$ m) die maximale Gesamthorizontalkraft bei einer Wellenphase von $\sim 65^\circ$ auftritt.

Es sollte hier u.a. untersucht werden, ob dieses Ergebnis von der STOKES-STRUİK-Theorie 3.Ordnung bestätigt wird. Nach Abschnitt 3.2 und Abb.3 scheint das der Fall zu sein.

Der in Abschnitt 3.2 geführte Beweis ist jedoch noch unvollständig : Es muß noch bewiesen werden, daß für $H = 2,7$ m $L = 35$ m und $d = 8$ m nach der STOKES-STRUİK-Theorie 3.Ordnung der Grenzwert

$$(33) \quad \lim_{D \rightarrow \infty} \Theta_m = \Theta_M \quad \text{existiert}$$

und daß $\Theta_M = \sim 65^\circ$ und vom Beiwert c_M unabhängig ist.

Dieser Beweis sowie Bemerkungen zur Durchführung der numerischen Ermittlungen und Zahlenrechnungen sollen in einem der nächsten Mitteilungsblätter der BAW veröffentlicht werden.

9. Schrifttum

- [1] DIETZE, W. : "Seegangskräfte nichtbrechender Wellen auf senkrechte Pfähle" Der Bauingenieur 39 (1964) H.9 S.354-360
- [2] MORISON, J.R. u.a. : "Forces exerted by surface waves on piles" Petroleum Transactions Amer.Inst.Mining Eng. 189 (1950)
- [3] MORISON, J.R. : "Design of piling" Proc.First Conf.on Coast.Eng. (1953)
- [4] MORISON, J.R. u.a. : "Experiment studies of forces on piles" Proc. Fourth Conf. on Coast.Eng. (1953) S.340 ff.
- [5] : "Shore protection planning and design" Technical Report No.4, Beach Erosion Board, Corps of Eng. (1961) S.135 ff.
- [6] WIEGEL, R.L. u.a. : "Ocean wave forces on circular cylindrical piles" Proc. Sixth Conf. on Coastal Eng. (1957) S.749 ff.
- [7] SKJELBREIA, L. : "Gravity waves - Stokes' third order approximation - Tables of functions" Council of Waves Res. Eng. Found. (1959)
- [8] WILSON, B.W. u. : "Wave force coefficients for
REID, R.O. : offshore pipelines" Proc. Am. Conf.Civ.Eng. J. of the Waterways and Harbors Div. 89 (1963) No.WW 1, S.61 ff.
- [9] SCHNOOR, E. : "Über neue Verfahren zur Berechnung des Reflexionsdruckes von Wasserwellen auf senkrechte Wände" Mitteilungsblatt der BAW (1966) H.24 S.21-82.

Dr. Rostislav Davidenkoff

Dimensionierung von Brunnenfiltern

Dimensioning of Well Filters

G l i e d e r u n g

1. Einleitung
2. Versuchsprogramm
3. Versuchsaufbau
4. Versuchsdurchführung
5. Versuchsergebnisse und ihre Auswertung
6. Empfehlungen für die Zusammensetzung von
Brunnenstufenfiltern
7. Schrifttum

1. Einleitung

Die Dimensionierung von Brunnenfiltern für Grundwasser- oder Probeabsenkungen erfolgt z.Zt. nach den Grundsätzen der DIN 4924 [3]. Die in der Bundesanstalt für Wasserbau bisher durchgeführten Filterversuche, über die u.a. im Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau, Heft 12 [6] berichtet wurde, haben gezeigt, daß eine sehr viel wirtschaftlichere Bemessung der Filter möglich ist. Bei diesen Versuchen konnten seinerzeit für horizontal liegende Filter quantitative Ergebnisse erzielt werden, während die Versuche für senkrechte Filter, die als Brunnenfilter in Frage kommen, nur qualitativ auswertbar waren. Um entsprechende quantitative Ergebnisse auch für senkrechte Filter zu erhalten, waren weitere Versuche mit senkrechten Filtern notwendig. Diese wurden in den Jahren 1962 bis 1964 als Forschungsarbeit in der Bundesanstalt für Wasserbau durchgeführt. Dabei wurden zunächst Brunnenstufenfilter untersucht. Das Ziel der Arbeit war, wirtschaftliche Bemessungsregeln für sandig-kiesige senkrechte Brunnenstufenfilter aufzustellen, womit Bauwerksdränagen, Absenkungsanlagen und Wasserentnahmebrunnen verbilligt ausgeführt werden können.

2. Versuchsprogramm

Das Filtermaterial und der zu schützende Boden werden als senkrechte Schichten in einen Kasten hintereinander eingebaut und ihr Verhalten bei steigenden Gefällen und Geschwindigkeiten der durchgeschickten Grundwasserströmung beobachtet. Dabei werden das Gefälle der Grundwasserströmung für verschiedene Abschnitte der durchflossenen Schichten mit Hilfe von Piezometern gemessen und die Geschwindigkeit der Sickerströmung durch Messung des Durchflusses ermittelt.

Als Materialien werden gleichförmige Sande und Kiese der Körnungen 0,06 bis 0,1, 0,1 bis 0,2, 0,2 bis 0,6, 0,6 bis 1,0 (einige Versuche sind mit 0,2 bis 0,5 und 0,5 bis 1,0 mm durchgeführt), 1 bis 2, 2 bis 3, 3 bis 6 (auch 3 bis 5 und 5 bis 6), 6 bis 10, 10 bis 15, 15 bis 20 und 20 bis 25 mm untersucht.

Als Ergebnis werden für das gegebene Bodenpaar das Gefälle bzw. die Geschwindigkeit bestimmt, bei denen eine Instabilität des Bodens vor dem Filter (gefährliches Eindringen der Bodenteilchen in die Poren des Filters; Näheres darüber siehe weiter) stattfindet.

3. Versuchsaufbau

Für die Durchführung der Versuche wurde eine besondere Versuchseinrichtung entworfen und gebaut. Diese Einrichtung, bei deren Betrieb auch mit entlüftetem Wasser gearbeitet wurde, ist schematisch in Abb. 1 dargestellt. Sie besteht aus folgenden Teilen:

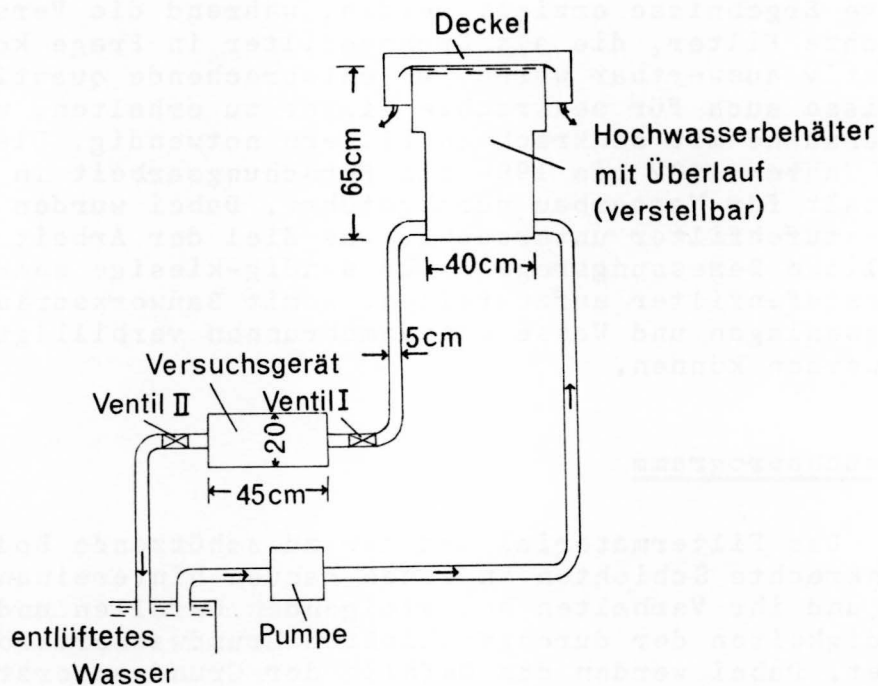


Abb. 1 Schematische Skizze der Einrichtung zur Untersuchung von Brunnenfiltern

- a) Hochwasserbehälter mit Überlauf von 400 l Inhalt, der auf einem Aufzug mit 600 kg Tragkraft montiert ist und bis zu einer Höhe von 15 m verstellt werden kann (siehe Abb. 2). Um mit einem entlüfteten Wasser von konstanter Temperatur arbeiten zu können, ist der Hochwasserbehälter isoliert und mit einer Heizung (Tauchsieder) für die winterliche Zeit versehen.

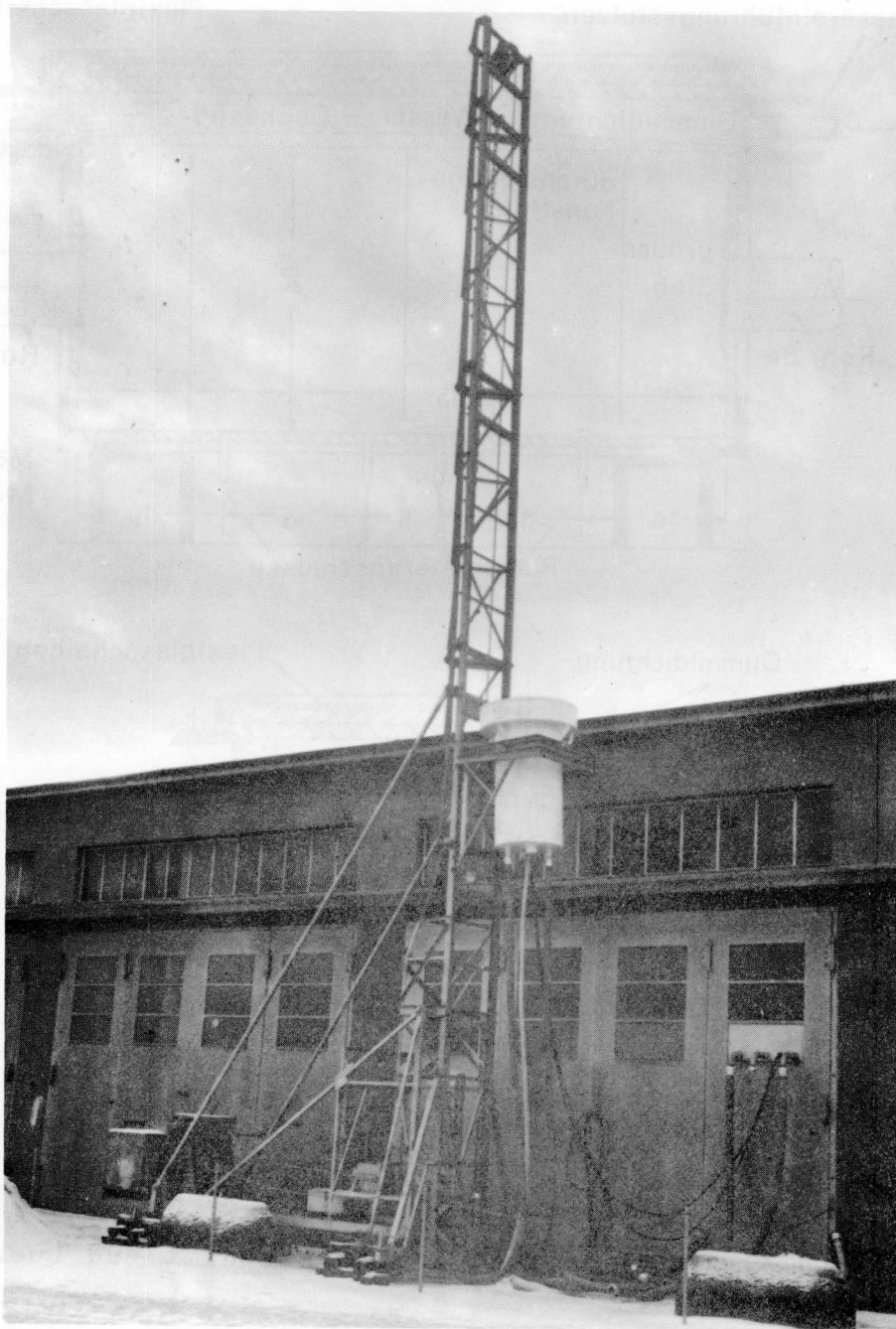


Abb. 2 Hochwasserbehälter mit Aufzug

- b) Das eigentliche Versuchsgerät, das aus einem Kasten mit einem Querschnitt 20×20 cm und einer Länge von 45 cm besteht (Abb. 3 und 4). Die zu untersuchenden Boden- und Filterschichten werden in den Kasten hintereinander eingebaut. Damit beim Betrieb des Gerätes keine konzentrierte Durchspülung zwischen den eingebauten Böden und dem oberen Deckel stattfindet, ist der obere Deckel folgendermaßen aufgebaut:

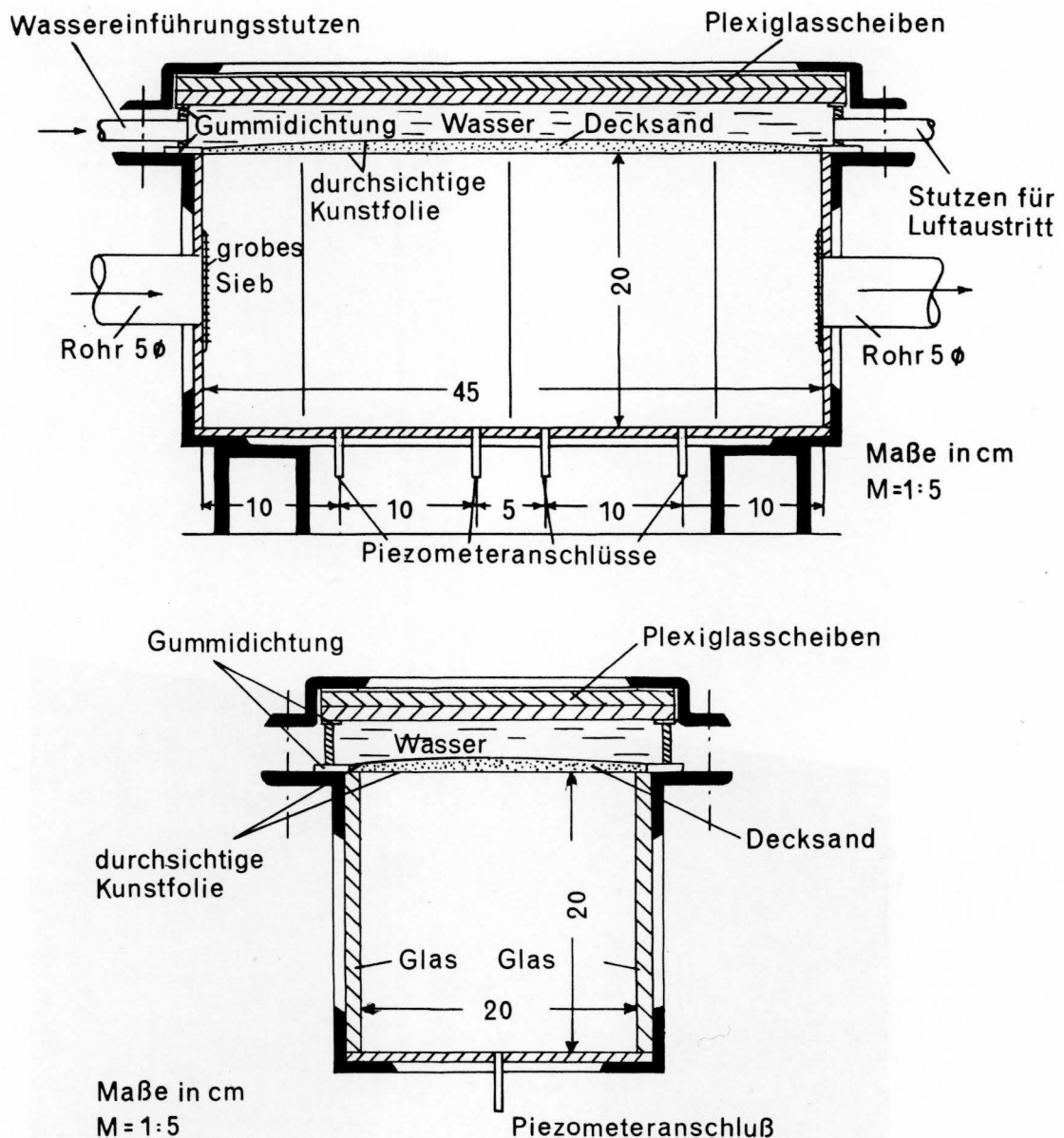


Abb. 3 u. 4 Versuchsgert im Längsschnitt und Querschnitt

Er besteht aus zwei aufeinander gelegten Plexiglasscheiben und zwei durchsichtigen Kunststoffolien, mit einer zwischen den Folien eingelagerten Deckschicht aus einem Mittelsand. Der Raum zwischen der unteren Plexiglasscheibe und der oberen Folie hat eine Verbindung mit dem Hochwasserbehälter und kann mit dem Wasser aus diesem gefüllt werden; die Folien und die Sandschicht werden dabei durch den hohen statischen Wasserdruck so stark an den Boden im Kasten gedrückt, daß zwischen der unteren Folie und dem Boden sich keine konzentrierte Durchspülung entwickeln kann. Die Anwendung von zwei Kunststoffolien statt einer mit einer dazwischenliegenden Sandschicht hat das Ziel,

die obere Hauptfolie zu schützen, indem sie nicht an den zuweilen groben Boden im Kasten, sondern an den feineren Decksand gedrückt wird; die untere Folie ist vor allem als eine zusätzliche Sicherung gedacht. Die Verwendung von zwei Folien mit einer Sandeinlagerung gestattet außerdem, durch die visuelle Beobachtung der Oberfläche der Decksandschicht die Setzungen dieser Schicht festzustellen, die durch ein Ausspülen des feineren Materials in die Poren des gröberen Materials bei einer Instabilität des Bodens vor dem Filter verursacht werden.

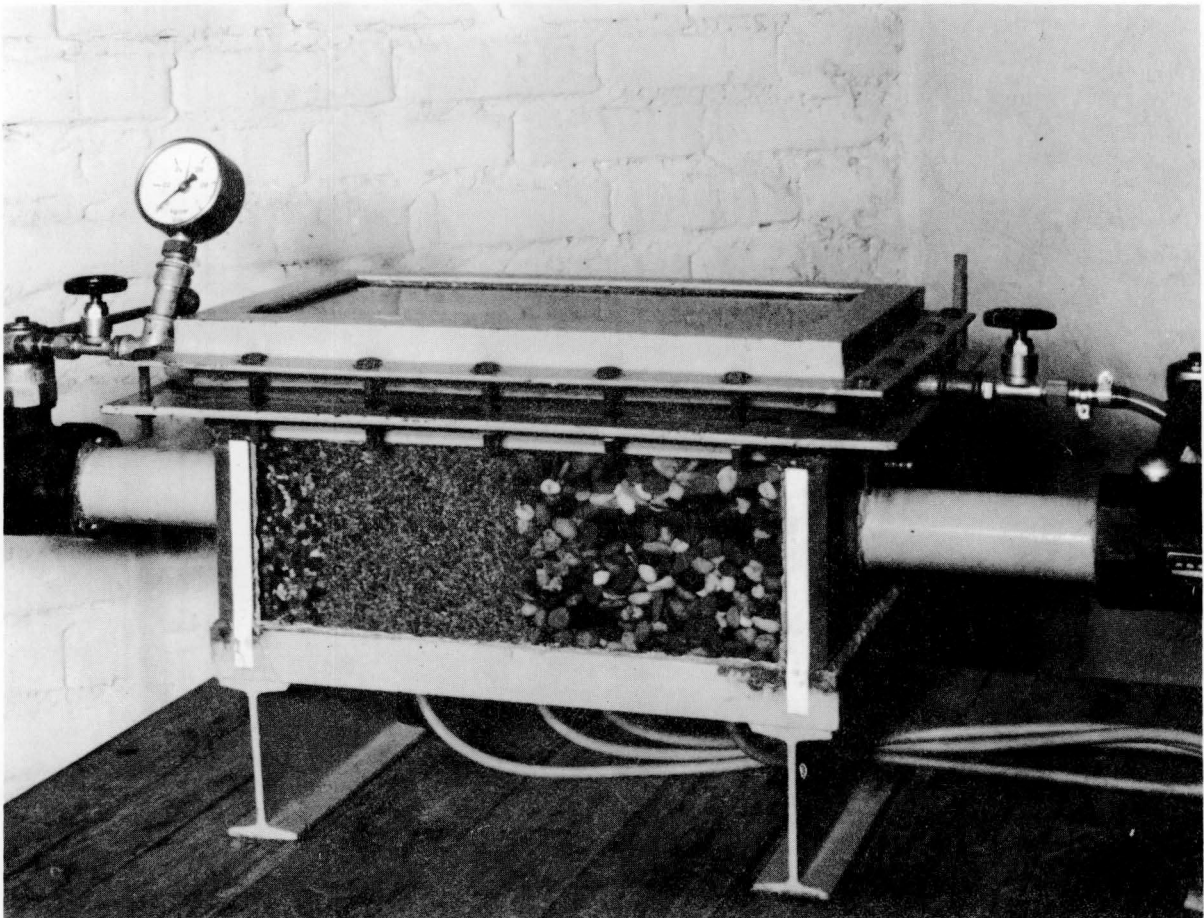


Abb. 5 Versuchsgesät mit den eingebauten Boden- und Filterschichten

Die vordere und die hintere Längswand des Kastens sind aus Glas, um die Bewegung der Bodenkörner beobachten zu können. An der unteren Wandung des Kastens befinden sich 4 Piezometeranschlüsse. Der Zu- und Abfluß des durch das Gerät strömenden Wassers wird durch zwei Ventile reguliert. In der Abb. 5 ist das Versuchsgesät mit den eingebauten Boden- und Filterschichten dargestellt.

- c) Piezometerglasröhren von dreierlei Art, um die Wasserdrücke in verschiedenen Punkten des Kastens zu messen:

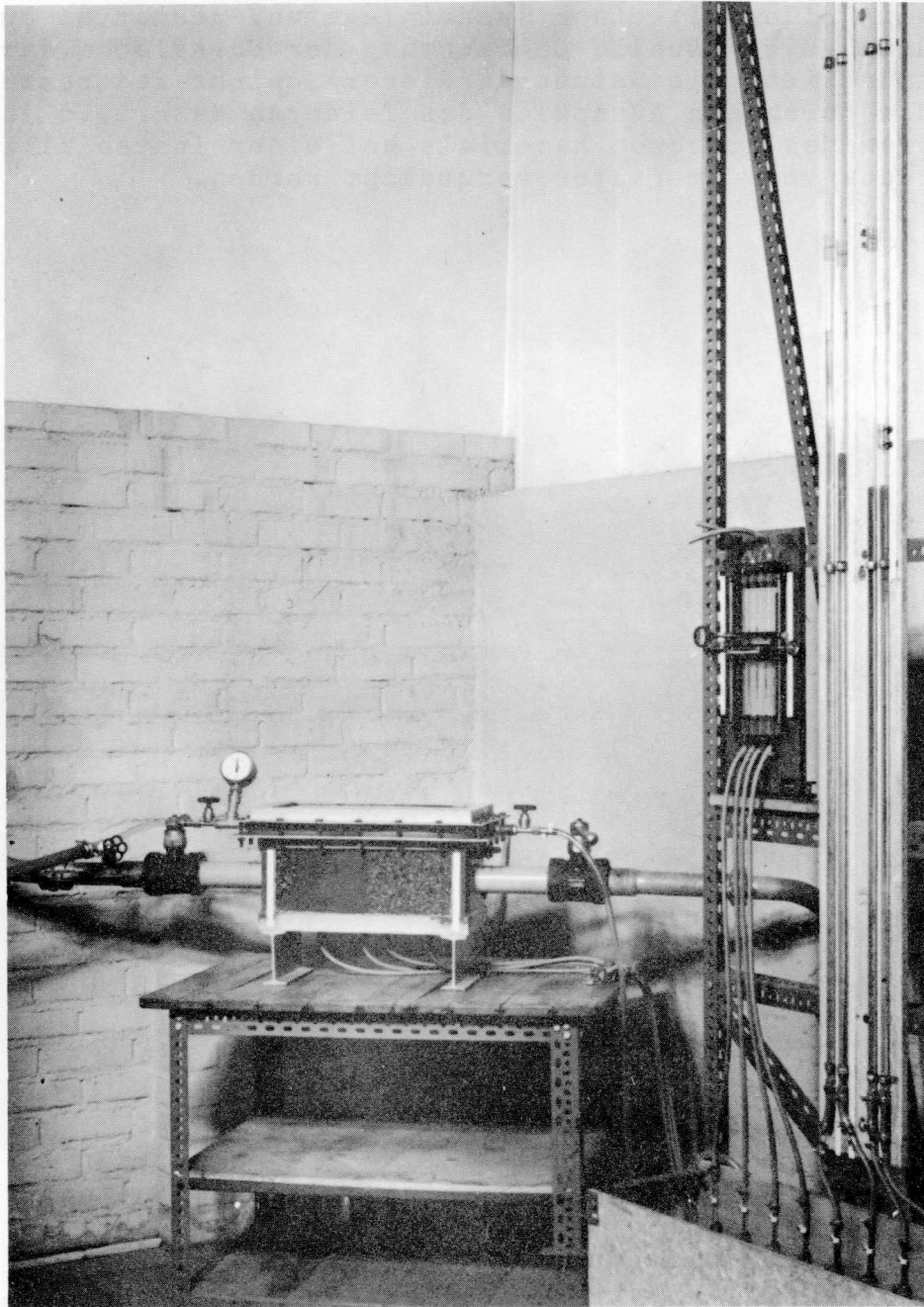


Abb. 6 Versuchsgesät mit Piezometertafeln

Für die hohen Druckdifferenzen von 2 bis 15 m Wassersäule werden Quecksilbermanometer verwendet. Die mittleren Druckdifferenzen von 0,20 bis 2 m werden durch die Höhe

der Wassersäulen in Glasröhren gemessen, ebenso die niedrigen Druckdifferenzen bis 0,20 m, diese aber wegen der hier erforderlichen größeren Genauigkeit mit Hilfe von Lupen.

Das Versuchsgerät mit 2 Piezometertafeln ist auf Abb. 6 zu sehen.

4. Versuchsdurchführung

Die Versuche wurden wie folgt durchgeführt:

Das zu untersuchende Bodenfilterpaar wurde in das Gerät lagenweise im trockenen Zustand eingebaut, wobei der "Boden" vom "Filter" durch eine dünne Metallplatte getrennt wurde. Nach Beendigung des Einbaues wurde diese Platte herausgezogen und der Umriß der dabei entstandenen Trennfläche auf einem durchsichtigen Papier, das an den Kasten geklebt wurde, aufgetragen. Dann wurden die Boden- und Filterschichten durchtränkt, bis das Wasser sich an der Oberfläche zeigte, die Folien mit der Sandeinlagerung eingebracht, der Deckel aufgeschraubt und die Folien mit der Deckschicht unter dem Druck des Wassers aus dem Hochwasserbehälter gesetzt.

Wenn sich die Wassersäulen in den Piezometern nicht mehr bewegten, wurde mit dem eigentlichen Versuch begonnen.

Nach Regulierung der beiden Ventile wurde Wasser durch die in den Kasten eingebauten Böden geschickt. Dabei wurde jeweils von einem bestimmten Gefälle im feineren Material ausgegangen, und bei diesem Gefälle der Versuch eine Zeitlang durchgeführt. Es wurde meistens mit einem Gefälle im feineren Material von etwa 0,5 begonnen und dann das Gefälle gesteigert, bis das gröbere Material vollkommen vom feineren durchsetzt wurde ("Zusammenbruch" des Filters). Der Versuch bei jedem Gefälle dauerte im allgemeinen 2 bis 4 Tage. Einige Versuche liefen während einer längeren Zeit (bis zu etwa 2 Wochen).

Während jedes Versuches wurden im allgemeinen 4 mal täglich Piezometerhöhen, Wassermenge und Temperatur des Wassers gemessen. Dabei wurde die Lage der Trennfläche Boden - Filter, d.h. die evtl. stattgefunden Eindringung des Bodens

in die Filterschicht beobachtet und die sich am Ende eines Versuches mit konstantem Gefälle ergebende neue Lage dieser Trennfläche auf dem vorher erwähnten durchsichtigen Papier aufgezeichnet. Auch wurde beobachtet, ob eine Setzung der Sanddeckschicht, die auf eine Instabilität des Bodens vor dem Filter hingewiesen hätte, stattgefunden hat.

Nach der Beendigung des Versuches wurden vom feineren Material Proben für die Bestimmung des Raumgewichtes entnommen. Das Raumgewicht des gröberen Materials wurde in der Weise bestimmt, daß die beim Einbau verwendete Menge dieses Materials gewogen wurde.

Bei den durchgeführten Versuchen änderte sich die Filtergeschwindigkeit von 0,016 bis 3,810 cm/sec und das Gefälle im feinen Material von 0,1 bis 21,0. Die Reynold'sche Zahl im feinen Material war meistens $R_e < 10$ (laminare Strömung); in einigen Versuchen war sie höher (bis etwa 48). Die Reynold'sche Zahl im groben Material war für die Hälfte der Versuche $R_e > 10$ (turbulente Strömung) mit dem Höchstwert von etwa 500.

Die Trockenraumgewichte der eingebauten Materialien lagen im Mittel um $1,52 \text{ g/cm}^3$ für das feinere und um $1,68 \text{ g/cm}^3$ für das gröbere Material.

Es wurden insgesamt 32 Versuche durchgeführt, davon 21 mit Leitungswasser und 11 mit entlüftetem Wasser.

5. Versuchsergebnisse und ihre Auswertung

Als Ergebnis jedes Versuches waren vorhanden:

- a) Piezometermessungen
- b) Durchflußmengemessungen

Aufgrund der unter a) und b) genannten Messungen wurden für jeden Versuch die Durchlässigkeitsbeiwerte für das feine Material, für die Übergangszone und für das grobe Material berechnet und diese Werte sowie die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit bei verschiedenen Gefällen in ein Diagramm aufgetragen.

c) Temperaturmessungen

Diese Messungen wurden bei der Ausrechnung der Reynold'schen Zahl und gegebenenfalls der Durchlässigkeitsbeiwerte berücksichtigt.

d) Visuelle Beobachtungen der Lage der Bodenkörner in der Trennfläche Boden-Filter mit den aufgetragenen Lagen dieser Trennfläche bei verschiedenen Gefällen der Sickerströmung.

Bei der Analyse dieser Ergebnisse wurde davon ausgegangen, daß in einem mehr oder weniger gleichmäßig verdichteten Boden, in dem eine Bildung von Wasseradern nicht zu erwarten ist, die Bewegung der Bodenteilchen an der Trennfläche Boden-Filter durch die von der Sickerströmung herrührenden Strömungskräfte verursacht wird. Dabei ist für eine Sickerströmung bei einem konstanten durchströmten Querschnitt, wie dies bei den hier beschriebenen Versuchen der Fall war, die Strömungskraft S , bezogen auf die Volumeneinheit des Bodens, gleich:

$$S = \gamma_w \cdot i$$

(γ_w = Raumgewicht des Wassers

i = Standrohrspiegelgefälle in Strömungsrichtung)

sowohl bei laminarer wie bei turbulenter Strömung. Dies hat Indri [4] in Versuchen mit Schrott experimentell bestätigt.

Wenn zwei Böden verschiedener Korngröße durch eine vertikale Wand getrennt sind, wie dies beim Einbau der Böden in den Versuchskasten geschah, wird sich nach der Entfernung der Wand das feine Material in den Hohlräumen des groben unter Bildung von Böschungen mit der Neigung $\tan \rho$ (ρ = Reibungswinkel) ablagern. Ohne Wirkung einer Sickerströmung werden sich die abgelagerten Teilchen nicht weiter bewegen.

Wenn nun der Boden und das Filter einer Sickerströmung ausgesetzt werden, so wird die Wirkung der Sickerströmung zunächst eine Verflachung der abgelagerten Böschungen herbeiführen. Dabei wird die Standsicherheit einer Böschung, welche das feine Material in den Poren eines groben Materials bildet, in dem Augenblick gestört, in dem die Reibungskraft - unter Berücksichtigung der Wirkung der in diesem Fall senkrecht zur Böschung austretenden Sickerströmung - durch die tangentielle Komponente des Bodeneigengewichtes aufgehoben wird (Abb. 7).

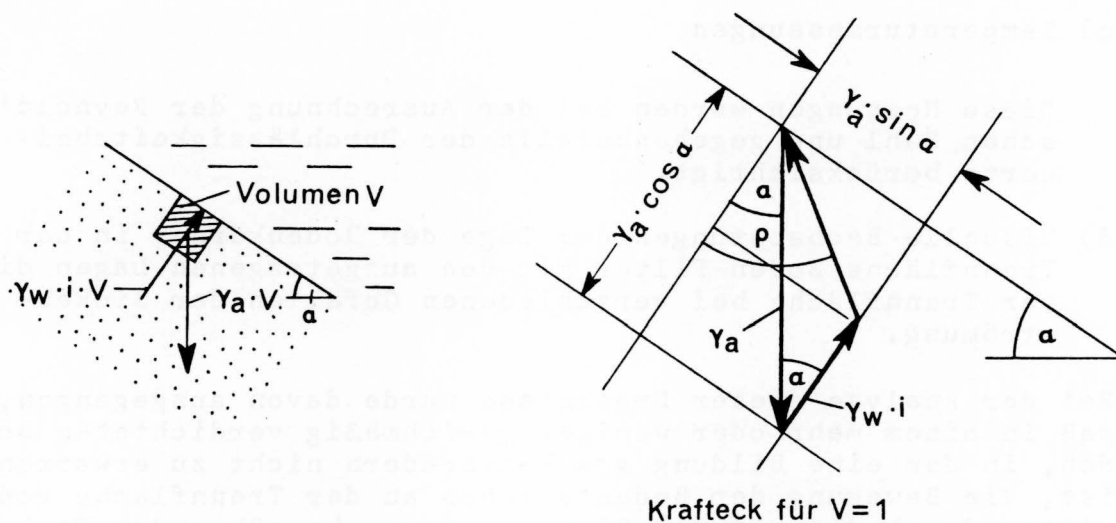


Abb. 7 Gleichgewicht eines Bodenvolumens in der Trennfläche Boden-Filter

Bei einem ebenen Problem erhält man [1]:

$$(\gamma_a \cos \alpha - \gamma_w \cdot i) \tan \rho = \gamma_a \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

bzw.

$$i = \frac{\gamma_a}{\gamma_w} (\cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \rho) \quad (2)$$

Hier sind:

γ_a = Raumgewicht des Bodens unter Auftrieb

α = Böschungswinkel

Die Bezeichnungen ρ , i und γ_w wurden schon früher erläutert.

Aus den Gleichungen (1) und (2) ist zu sehen, daß mit größer werdendem Gefälle i der Sickerströmung für die Einhaltung des Gleichgewichtes die Neigung der Böschung flacher wird. Die Grenzfälle sind:

$$i = 0$$

$$\alpha = \rho$$

$$i = 1 \text{ (bei } \gamma_a \approx \gamma_w) \quad \alpha = 0.$$

Dies bedeutet, daß die zunächst unter dem Reibungswinkel ρ abgelagerten Böschungen bei der Steigerung des Gefälles immer flacher werden; bei $i = 1$ werden sie bis zu horizontalen Ebenen verflacht.

Bei sehr grobkörnigen Filtern kann schon ein kleines Gefälle eine nicht zur Ruhe kommende Wanderung der Bodenteilchen in dem Bereich des Filters verursachen, da sich für den Fuß der Böschung bei ihrer Verflachung nicht überall ein fester Stützpunkt findet, so daß der Boden, der deshalb nach unten rieseln kann, einen immer größeren Bereich des Filters ausfüllt. Sonst wird bei jedem Gefälle diese durch die Abflachung der Böschungen bedingte Wanderung zur Ruhe kommen.

Bei Steigerung des Gefälles über dem Wert $i = 1$ (bei $\gamma_a \approx \gamma_w$) werden die weniger geklemmten Bodenteilchen unter der Wirkung des nun von unten nach oben wirkenden Strömungsdruckes gehoben und ins Filter weiterwandern, bis sie eine Lage finden, bei der sie dem Strömungsdruck widerstehen können; somit wird dieses Wandern bei dem gegebenen Gefälle zur Ruhe kommen. Diese Erscheinungen werden bei jeder Gefällesteigerung stattfinden, bis bei einem bestimmten Gefälle sie nicht mehr zur Ruhe kommen und immer fortschreiten werden. Es kommt zu einem "Zusammenbruch" des Filters, d.h. zu einem vollen Durchsetzen des Filters mit Bodenteilchen. Wenn dabei die Geschwindigkeit der Sickerströmung groß genug wird, um die Teilchen des sich in Hohlräumen des Filters befindenden Bodens mitzuschleppen, wird die Durchsetzung des Filters mit Bodenteilchen besonders rasch vor sich gehen.

Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse zeigte sich, daß aus den oben erwähnten Diagrammen eine Instabilität des Bodens vor dem Filter (Vergrößerung der Durchlässigkeit der Übergangszone) erst dann mit Sicherheit festgestellt werden konnte, wenn nach visuellen Beobachtungen die Eindringung des feinen Materials in das gröbere schon ziemlich weit fortgeschritten war. Deshalb wurden als charakteristische Zeitpunkte bei einer Steigerung des Gefälles der durch den Boden und den Filter geschickten Sickerströmung folgende zwei Momente angenommen:

- a) Der Moment der ersten beobachteten Bewegung einzelner Bodenkörner an der Trennfläche Boden-Filter, die sich nachher stabilisierte; dabei hat sich gezeigt, daß bei den Versuchen mit Leitungswasser die Bodenkörner durch die vorbeiströmenden Luftblasen mitgerissen werden und dadurch weniger stabil sind als bei den Versuchen mit entlüftetem Wasser.
- b) Der Moment der ersten beobachteten Setzung der Bodenschicht, bei dem schon eine gewisse Eindringung des feinen Materials ins gröbere stattfand, aber die noch nicht einen Zusammenbruch des Filters zur Folge hatte; dieser Moment konnte durch die visuelle Beobachtung der Setzung der sich zwischen zwei Deckfolien (s. oben die Beschreibung des Gerätes) befindenden Sandschicht festgestellt werden.

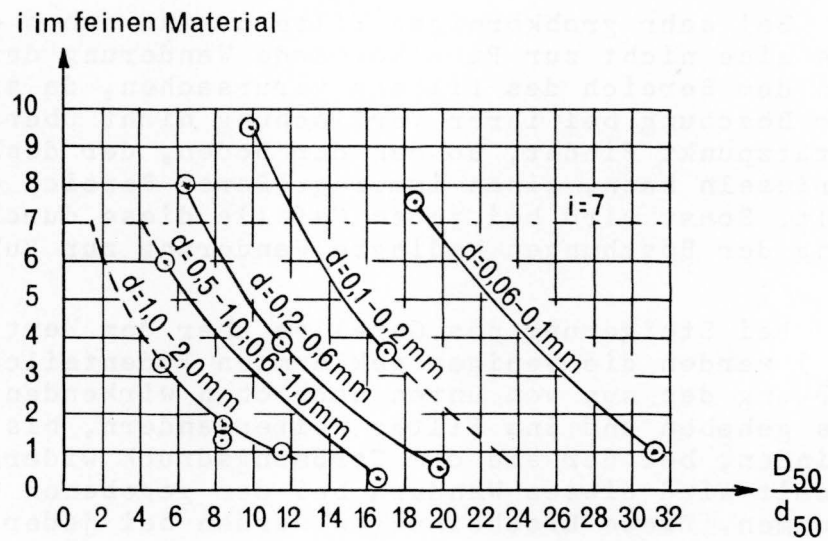


Abb. 8 Abhängigkeit $i = f\left(\frac{D_{50}}{d_{50}}\right)$ für den Moment der ersten Instabilität des Bodens an der Grenze Boden-Filter

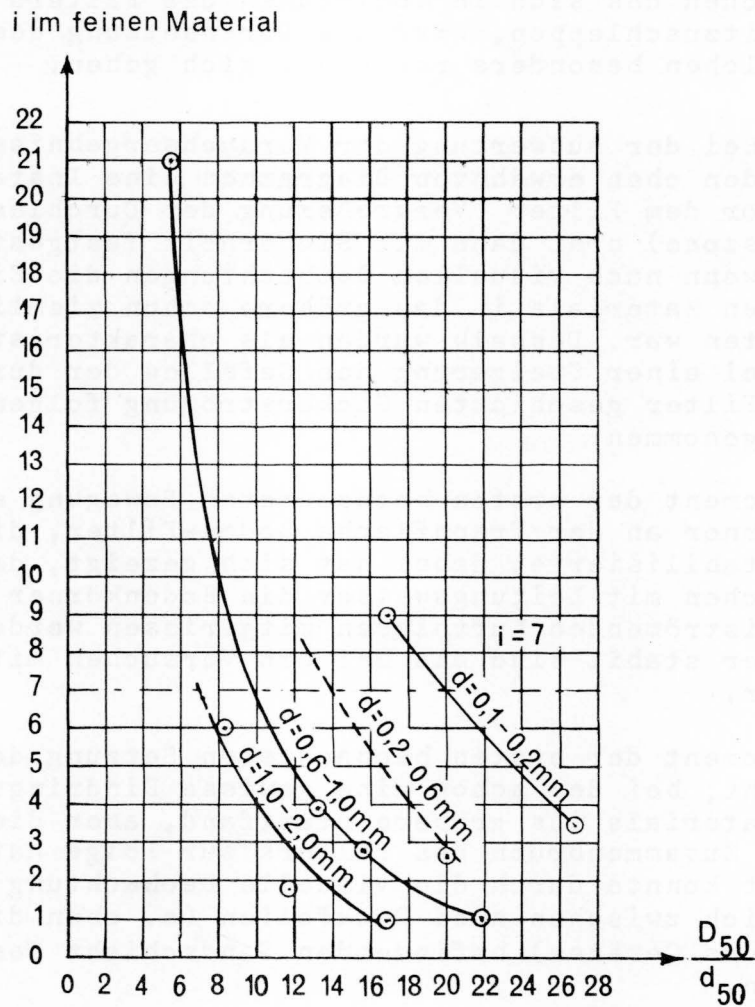


Abb. 9 Abhängigkeit $i = f\left(\frac{D_{50}}{d_{50}}\right)$ für den Moment der ersten Setzung der Sanddeckschicht

in den Abb. 8 und 9 ist die Abhängigkeit zwischen $\frac{D_{50}}{d_{50}}$ (D_{50} = mittlerer Durchmesser der Filterteilchen, d_{50} = mittlerer Durchmesser der Bodenteilchen) und dem Gefälle i im feinen Material für die zwei obengenannten Momente dargestellt. Dabei sind vor allem die Ergebnisse der Versuche mit Leitungswasser berücksichtigt, da diese meistens niedrigere Werte des Gefälles für dasselbe Verhältnis $\frac{D_{50}}{d_{50}}$ als die Versuche mit entlüftetem Wasser gaben.

Aus den Abb. 8 und 9 ist zu ersehen, daß mit feiner werdendem Boden das zulässige Verhältnis $\frac{D_{50}}{d_{50}}$ größer gewählt werden kann.

Dieses Ergebnis, d.h. die Abhängigkeit des zu wählenden Verhältnisses

$\frac{D_{50}}{d_{50}}$ (bei demselben Gefälle i) von der absoluten Korngröße

der Bodenteilchen, wurde auch bei unseren früheren Versuchen mit den waagerechten Filtern festgestellt [6] und für feinkörnige Böden durch die Versuche von Bertram mit waagerechten Filtern bestätigt [2].

Die Steigerung des zulässigen Verhältnisses $\frac{D_{50}}{d_{50}}$ mit kleiner werdendem Bodenkorn kann für Sande und Kiese evtl. dadurch erklärt werden, daß meistens größere Körner mehr abgerundet, kleinere mehr eckig sind. Deshalb ist bei den letzteren eine gewisse Verzahnung zwischen den Körnern vorhanden; dazu kommt im Feinsandbereich die Wirkung von Oberflächenkräften.

6. Empfehlungen für die Zusammensetzung von Brunnenstufenfiltern

Bei der Dimensionierung von Brunnenstufenfiltern könnte man das notwendige Verhältnis D_{50}/d_{50} bei gegebenem d_{50} direkt aus den Abb. 8 und 9 ablesen. Da aber das zu erwartende (mittlere) Gefälle beim Zustrom zu einem Brunnen schwer abzuschätzen ist, wird ein Näherungsverfahren für die praktische Dimensionierung der Brunnenfilter vorgeschlagen, bei dessen Ausarbeitung von der Sichardt'schen Formel für das Fassungsvermögen eines Brunnens ausgegangen wird; es wird das mittlere Gefälle der Grundwasserströmung bestimmt, das diesem Fassungsvermögen entspricht.

Nach Sichardt [5] kann die Geschwindigkeit der Grundwasserströmung beim Eintritt in den Brunnen den Wert

$$v = \frac{\sqrt{k}}{15} \quad (3)$$

(Durchlässigkeitsbeiwert k in m/sec)

nicht überschreiten.

Da andererseits für den Eintrittsquerschnitt des Brunnens bei laminarer Strömung und homogenem Boden

$$v = k \cdot i \quad (4)$$

(i = mittleres Gefälle im Eintrittsquerschnitt)

ist, erhält man aus Formeln (3) und (4) :

$$k \cdot i = \frac{\sqrt{k}}{15}, \quad (5)$$

woraus

$$i = \frac{1}{\sqrt{k} \cdot 15} \quad (6)$$

Wenn man die Abhängigkeit $k = f(d)$ nach Hazen durch

$$k \text{ (m/sec)} = \frac{d_{10}^2}{100} \quad (d_{10} \text{ in mm})$$

ausdrückt, erhält man statt (6) :

$$i = \frac{10}{d_{10} \cdot 15} \quad (7)$$

d.h. je kleiner der wirksame Durchmesser d_{10} , desto größer das Gefälle i , das dem Fassungsvermögen eines Brunnens nach Sichardt entspricht.

Für die Aufstellung eines Berechnungsdiagrammes wurde das Gefälle $i = 7$ gewählt, das dem Durchmesser $d_{10} = 0,1$ entspricht. Bei diesem Gefälle konnte man die in Abb. 8 und 9 aufgetragenen, aus den Versuchen für die zwei obenerwähnten Zeitpunkte gewonnenen Abhängigkeiten

$$\frac{D_{50}}{d_{50}} = f(i) \text{ für verschiedene } d_{50} \text{ mit einer noch zulässigen}$$

Extrapolation benutzen; beim Gefälle $i = 8,3$, das dem kleinsten untersuchten Durchmesser der Bodenteilchen $d = 0,06$ mm entspricht, wäre für manches Ausgangsmaterial diese Extrapolation schon kaum als zulässig zu betrachten.

Für das gewählte größte Gefälle $i = 7$ wurden aufgrund der Abb. 8 und 9 die Kurven

$$d_{50} = f \left(\frac{D_{50}}{d_{50}} \right)$$

für die beiden oben betrachteten Momente der Gleichgewichtsstörung in der Trennfläche Boden-Filter in Abb. 10 aufgetragen.

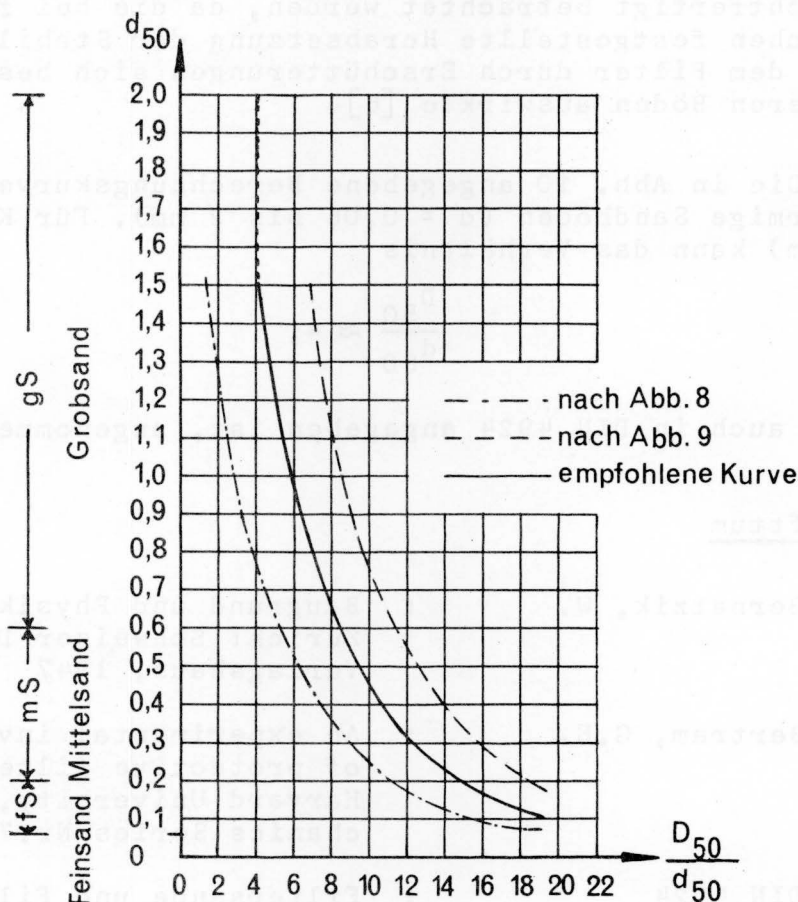


Abb. 10 Die für die praktische Berechnung empfohlene Abhängigkeit $\frac{D_{50}}{d_{50}} = f(d_{50})$ für gleichförmige Sandböden und gleichförmige sandige und kiesige Filter

Da die erste Bewegung einzelner Bodenkörner an der Trennfläche Boden-Filter (Abb.8) noch keineswegs für das Filter gefährlich ist, während die erste beobachtete Setzung der Bodenschicht (Abb.9) zwar noch nicht mit einem Zusammenbruch des Filters identisch ist, aber doch auf eine spürbare Eindringung der Bodenteilchen ins Filter hinweist, wird für die praktische Berechnung die in der Mitte zwischen den zwei oben genannten Kurven liegende Kurve (ausgezogene Linie in Abb.10) empfohlen. Dabei braucht keine Sicherheit größer als 1 eingeführt zu werden, da bei der Berechnungskurve verschiedene ungünstige Annahmen getroffen wurden. Es ist dabei zu be-

merken, daß der Sicherheitsgrad bei größerem Durchmesser der Bodenkörner größer ist als bei kleineren, da das für $d=0,01\text{mm}$ nach der Formel (7) errechnete Gefälle auch für größere Durchmesser der Bodenkörner angenommen wurde, obgleich es mit Zunahme von d_{10} abnehmen muß. Je kleiner aber das Gefälle ist, desto größer ist für denselben Boden das für die Erhaltung seiner Stabilität notwendige Verhältnis D_{50}/d_{50} (s. Abb. 8 und 9). Die Vergrößerung des versteckten Sicherheitsgrades mit der Zunahme des Durchmessers der Bodenkörner kann im gewissen Sinne als gerechtfertigt betrachtet werden, da die bei früheren Filterversuchen festgestellte Herabsetzung der Stabilität des Bodens vor dem Filter durch Erschütterungen sich besonders stark bei gröberen Böden auswirkte [6].

Die in Abb. 10 angegebene Berechnungskurve gilt für gleichförmige Sandböden ($d = 0,06$ bis 2 mm). Für Kiesböden ($d > 2\text{ mm}$) kann das Verhältnis

$$\frac{D_{50}}{d_{50}} \approx 4,$$

wie dies auch in DIN 4924 angegeben ist, angenommen werden.

7. Schrifttum

- | | | | |
|-----|--------------------|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| [1] | Bernatzik, W. | : | Baugrund und Physik,
Zürich: Schweizer Druck- und
Verlagshaus, 1947 |
| [2] | Bertram, G.E. | : | An experimental investigation
of protective filters.
Harvard University, Soil Me-
chanics Series Nr.7, Jan.1940 |
| [3] | DIN 4924 | : | Filtersande und Filterkiese,
Juni 1955 |
| [4] | Indri, E. | : | Sur la stabilité d'un massif
poreux en courant ascendant,
VIèmes Journées de l'Hydrau-
lique, Nancy 1960, Question I,
Rapport 9 |
| [5] | Kyrieleis-Sichardt | : | Grundwasserabsenkung bei Fun-
dierungsarbeiten, Berlin:
Julius Springer, 1930, S.20 |
| [6] | Zweck, H. | : | Versuchsergebnisse über die
Zusammensetzung von Filtern,
Mitt.Bl. der BAW Karlsruhe
Nr.12 (1959), S.15-28 |

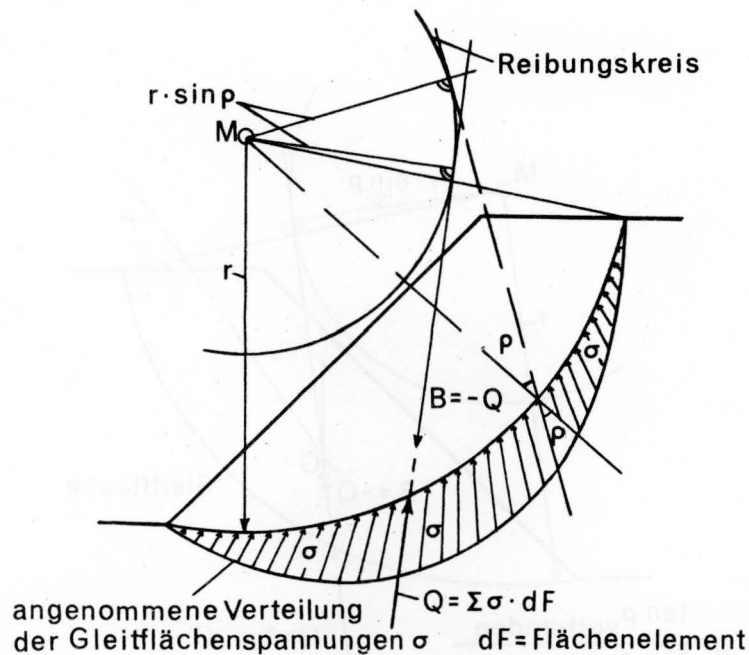


Abb. 2 Gleitflächenkraft Q als Resultierende der in der Gleitfläche wirkenden Spannungen σ

Wenn es nun gelingt, die Gleitflächenkraft Q mit den Bodeneigenschaften, d.h. hier mit dem Reibungswinkel in Verbindung zu bringen, so ist - da Q gleich minus B ist - der Zusammenhang zwischen äußerer Belastung und Bodeneigenschaften hergestellt und die Voraussetzung zur Beurteilung der Standsicherheit der Böschung geschaffen.

Zur Verbindung zwischen Q und σ kann nun folgende Beziehung benutzt werden (Abb. 2): Die in der Gleitfläche wirkenden Spannungen σ sind im vorausgesetzten Grenzgleichgewichtsfall unter dem Reibungswinkel ρ entgegengesetzt zur Rutschrichtung geneigt, d.h. sie haben die Neigung ρ zur Normalen auf der Gleitfläche. In diesem Falle ergibt sich - wie sich aus Abb. 2 leicht ablesen läßt - eine einfache geometrische Beziehung zur Bestimmung der Richtung bzw. der Neigung der Gleitflächenspannungen σ : Sie tangieren nämlich einen Kreis, der mit dem Radius $r \cdot \sin \rho$ um den Gleitkreismittelpunkt M geschlagen wird, wobei r der Radius des Gleitkreises ist. Der $r \cdot \sin \rho$ -Kreis wird auch Reibungskreis genannt. Er hat dem Berechnungsverfahren den Namen gegeben.

Auf der Grundlage dieser Entwicklung gelingt es nun, die Verbindung zwischen der Gleitflächenkraft Q mit dem Reibungswinkel ρ herzustellen. Man kann nämlich näherungsweise annehmen, daß nicht nur die Gleitflächenspannungen σ , sondern auch ihre Resultierende Q den $r \cdot \sin \rho$ -Kreis tangiert. Man

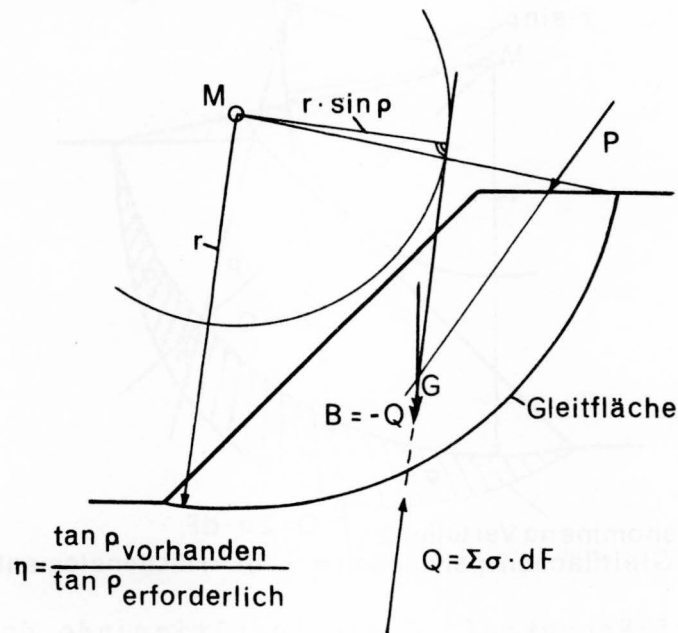


Abb. 3 Die Spannungen σ in der Gleitfläche tangieren einen Kreis vom Radius $r \cdot \sin \rho$ um den Gleitkreismittelpunkt

braucht also nur den senkrechten Abstand zwischen der Gleitflächenkraft Q bzw. zwischen der Resultierenden B , die ja gleich minus Q ist, zu messen und erhält damit den Wert $r \cdot \sin \rho$. Damit ergibt sich folgendes einfache Berechnungsschema (Abb.3): Zeichne einen Kreis durch den Fuß der Böschung; bestimme Schwerpunkt und Gewicht des Bruchkörpers; bestimme aus seinem Gewicht G und der Kraft P deren Resultierende B . Messe den senkrechten Abstand zwischen B und dem Gleitkreismittelpunkt M . Dieses Maß ist $r \cdot \sin \rho$. Daraus ist jetzt leicht $\sin \rho$ und ρ selbst zu berechnen.

Der Boden müßte nun genau den entsprechenden Reibungswinkel ρ besitzen, damit gerade noch kein Abrutschen der Böschung eintritt. In Wirklichkeit hat aber der Boden, wenn man von einer zufälligen Ausnahme absieht, einen anderen Reibungswinkel als den mit dem vorstehenden Verfahren ermittelten. Zur Bestimmung des Grades der Standsicherheit η der untersuchten Böschung müssen die beiden ρ -Werte verglichen werden. Dies geschieht, indem man den Tangens des in Wirklichkeit vorhandenen ρ -Wertes durch den Tangens-Wert des ermittelten, zur Vermeidung des Abrutschens der Böschung gerade erforderlichen ρ -Wertes dividiert. Der Quotient ist die Sicherheit des untersuchten Bruchkörpers gegen Abrutschen.

Auf die Möglichkeit, die Standsicherheit anders zu definieren, soll hier nicht eingegangen werden.

Der vorhandene Reibungswinkel des Bodens, aus dem die Böschung besteht, muß von Laborversuchen her bekannt sein oder aus Tabellen einschlägiger Handbücher geschätzt werden.

Auf die geschilderte Weise sind nun noch mehr Bruchkörper bzw. andere Gleitflächen zu untersuchen und die entsprechenden Sicherheiten zu bestimmen. Die Prozedur ist solange zu wiederholen, bis der kleinste Sicherheitswert, der dann für die Böschung maßgebend ist, gefunden wird.

Ein Beispiel, bei dem Gleitkreismittelpunkte für Bruchkörper gleicher Sicherheit miteinander verbunden sind, zeigt Abb. 4. Es entstehen auf diese Weise "Höhenlinien", die den zu suchenden Gleitkreismittelpunkt mit η_{\min} einschließen.

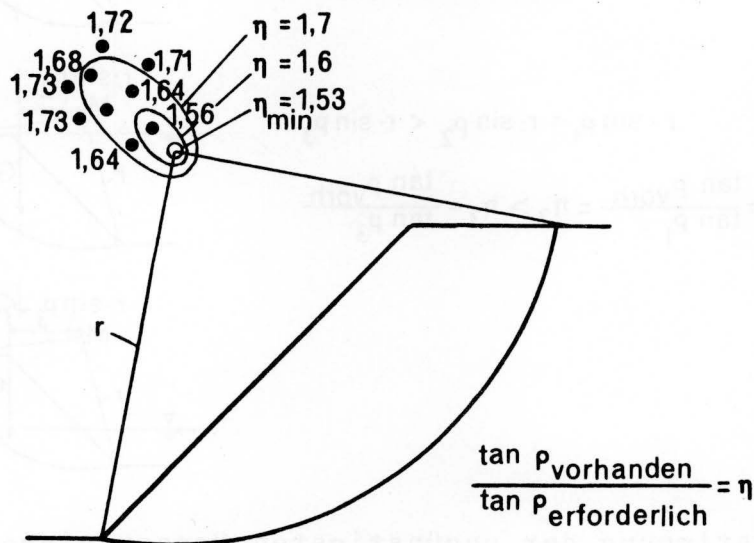


Abb. 4 Linien gleicher Standsicherheit als Verbindungslinien von Gleitkreismittelpunkten gleicher Standsicherheit

Es ist noch nachzutragen, daß bei Reibungswinkeln größer als 5° die Gleitkreise immer durch den Fuß der Böschung verlaufen, außer der Boden ist unterhalb der Böschungsfußebene schlechter als darüber.

Ferner wurde gesagt, daß nur näherungsweise angenommen wurde, die Resultierende Q der Gleitflächenspannungen p berühre den Reibungskreis. In Wirklichkeit geht Q in gewissem Abstand am Reibungskreis vorbei. Genau kann dieser Abstand nicht ermittelt werden, weil man die Verteilung der Gleitflächenspannungen p nicht kennt und die Lage ihrer Resultierenden Q von dieser Verteilung abhängt. Darin besteht eine statische Unbestimmtheit des Problems. Die Beeinflussung der Lage von Q durch die Spannungsverteilung auf der Gleitfläche ist aber glücklicherweise selbst bei sehr fehlerhaften Annahmen über diese Verteilung i.allg. gering, so daß die getroffene Annah-

me, daß Q den Reibungskreis berührt, in den meisten Fällen gerechtfertigt ist, zumal sie i.allg. auf der sicheren Seite liegt.

Es folgen nun die 4 angekündigten Sonderfälle:

1. Eine Böschung liege teilweise unter dem Wasserspiegel. Wir vergleichen diesen Fall jetzt mit 2 anderen. Einmal liege dabei die Böschung ganz über dem Wasserspiegel und einmal ganz unter dem Wasserspiegel. Es soll nur die Schwerkraft wirken.

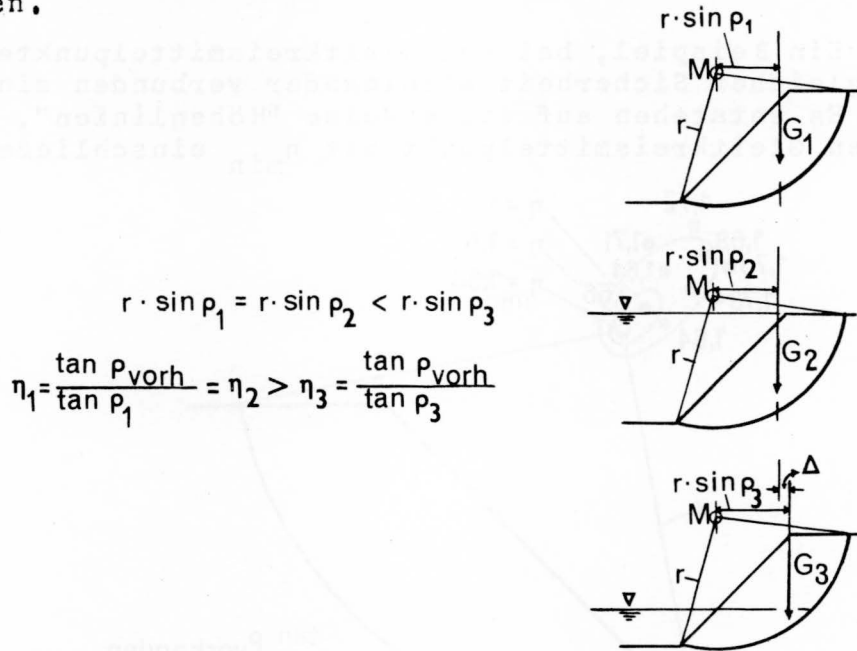


Abb. 5 Bestimmung der ungünstigsten Wasserspiegellage vor der Böschung ($\Delta = \text{Max.}$)

In Abb. 5 sind diese 3 Fälle untereinander gezeichnet. Ist die Böschung ganz unter oder ganz über Wasser, so bleibt die Schwerpunktlage die gleiche. Ist die Böschung teilweise unter Wasser, so rückt der Schwerpunkt nach rechts, weil der untere, eingetauchte Böschungsteil durch den Auftrieb an reibungswirksamem Gewicht verliert, während der obere, über dem Wasserspiegel verbleibende Teil sein volles Gewicht behält. Daraus ergibt sich, daß in den ersten beiden Fällen der Abstand der Gewichtsresultierenden vom Gleitkreismittelpunkt M kleiner ist als im letzten. In den ersten beiden Fällen ist also $r \cdot \sin p$ kleiner als im letzten, also ist - weil immer die gleiche Böschung und der gleiche Gleitflächenmittelpunkt verwendet wurde - $\sin p_{\text{erf}}$ in den ersten beiden Fällen kleiner als im letzten und die Sicherheit in den ersten beiden Fällen größer als im letzten. Es folgt also, daß der Fall einer teilweise im Wasser eintauchenden Böschung ungünstiger ist als der Fall einer Böschung über Wasser, aber auch als der Fall einer ganz unter Wasser befindlichen Böschung.

Der ungünstigste Fall tritt ein, wenn der Wasserspiegel etwa in 1/3 der Böschungshöhe liegt. Das wird auch klar, wenn man die Neigung der Gleitflächenspannungen längs der Gleitfläche verfolgt (Abb. 6).

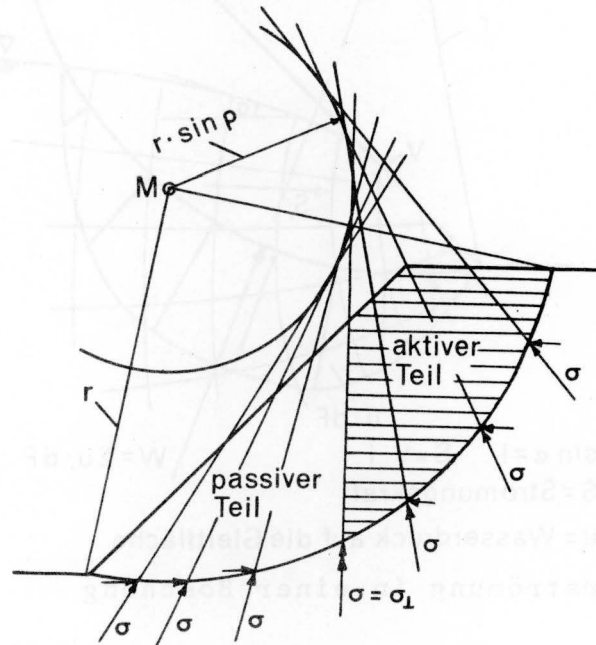


Abb. 6 Teilung der Böschung durch senkrechte Tangente an den $r \cdot \sin \rho$ -Kreis in aktiven und passiven Teil

Rechts von der senkrechten Tangente an den $r \cdot \sin \rho$ -Kreis haben die Gleitflächenspannungen talwärts gerichtete Komponenten, links davon bergwärts, d.h. der Rutschung widerstehende Komponenten. Daher nennt man den linken Böschungsteil auch den passiven, den rechten Teil den aktiven. Taucht nun der passive Teil ins Wasser ein, so wird sein Gewicht durch den Auftrieb vermindert und damit auch die widerstehenden Reibungskräfte, während die aktiven, rutschungsfördernden Kräfte in ihrer Größe im wesentlichen erhalten bleiben.

2. Es wird nun der Fall behandelt, daß ein stationärer Grundwasserstrom die Böschung durchströmt. Die Strömung übt auf das Korngerüst eine Reibungskraft in Richtung der Strömung aus. Diese Strömungskraft S ist umso größer, je größer das Gefälle i und je größer das durchströmte Bodenvolumen V sind. Man kann also schreiben $S = i \cdot V$.

Nun ist in einer Böschung aber das Gefälle nicht konstant, so daß die Wirkung der Strömung auf die Böschung anders ermittelt werden muß. Das geschieht wie folgt (Abb. 7): Man ermittelt für einen bestimmten Bruchkörper die in Richtung des Gleitflächenmittelpunktes wirkenden Wasserdrücke u und ihre Resultierende W aus dem als gege-

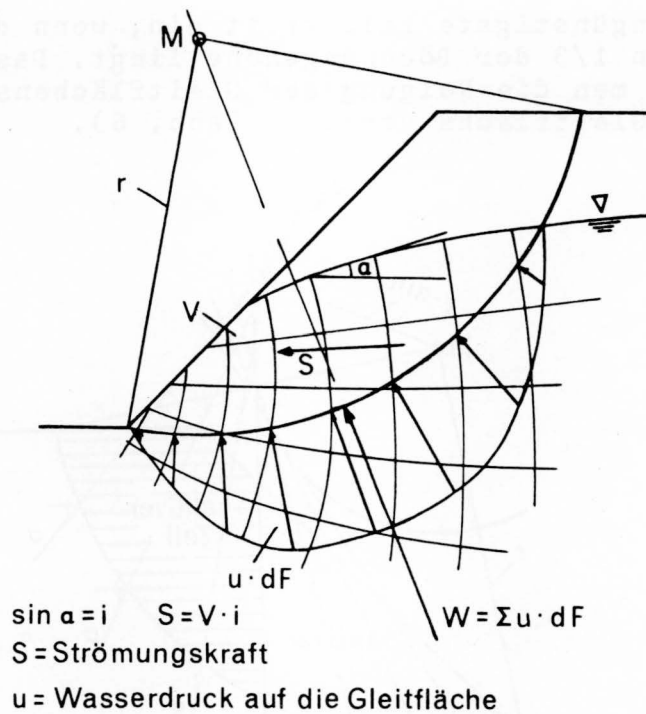


Abb. 7 Sickerströmung in einer Böschung

ben anzusehenden Strom- und Potentialliniennetz. Die Aufgabe kann dann auf 2 Arten gelöst werden:

Es ist das Gesamtgewicht G des Bruchkörpers einschl. des enthaltenen Wassers mit der Resultierenden der Wasserdrücke W zusammenzusetzen (Abb. 8). Es ergibt sich die Resultierende B . Mit dieser wird jetzt weiter gearbeitet, wie bei der Ableitung des Reibungskreisverfahrens gezeigt.

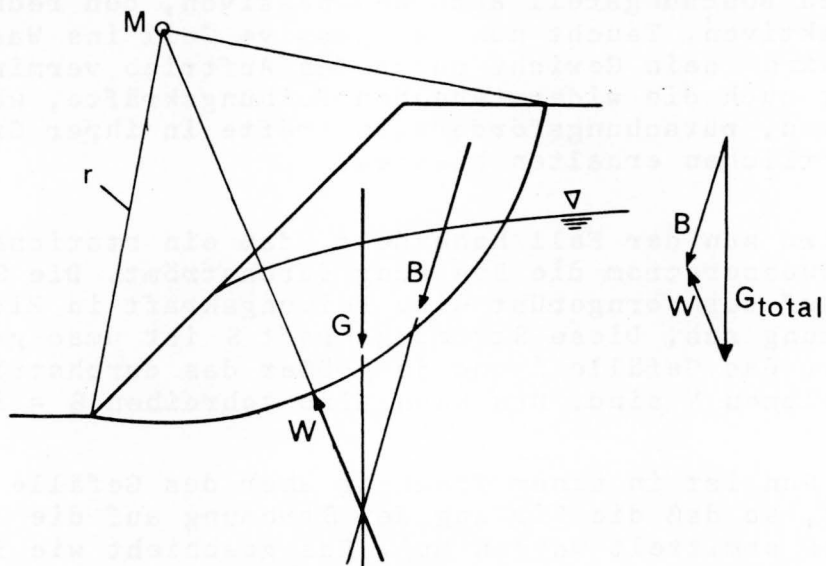


Abb. 8 Erfassung des Einflusses der Sickerströmung über den Gleitflächenwasserdruck $W = \sum u$

Eine deutlichere Vorstellung von der Mechanik der Vorgänge erhält man aber, wenn man wie folgt vorgeht: Man kann sich den Bruchkörper aus 2 Teilen zusammengesetzt denken (Abb. 9). Der Teil V_1 liegt über, der Teil V_2 unter dem Wasserspiegel. Das Gesamtgewicht, das im Krafteck von Abb. 8 nicht unterteilt war, kann damit aufgeteilt werden in das Gewicht G_1 des Teiles V_1 , in das Gewicht G_{a2} des Teiles V_2 , das ¹ mit dem Raumgewicht unter Auftrieb zu berechnen ist, und in das Gewicht G_{w2} , das der durch den Teil V_2 verdrängten Flüssigkeitsmenge entspricht. Das Gewicht G_{w2} ist dann gleich dem in den Poren des eingetauchten Bruchkörperteiles V_2 befindlichen Wassers plus dem beim Ansatz von G_{a2} infolge Auftriebes weggelassenen Gewicht. Setzt man nämlich die in der Gleitfläche wirkenden Wasserdrücke voll an, so darf man auch bei der Gewichtskraft G_{w2} den Auftrieb nicht weglassen.

Aus dem Krafteck von Abb. 9 ergibt sich nun aus der Zusammensetzung von G_{w2} mit W die Strömungskraft S , welche die tatsächliche Richtung der Beanspruchung der Böschung infolge der Grundwasserströmung angibt. Sie liegt - wie zu erwarten war - etwa parallel zur Hauptströmungsrichtung.

Auf diese Weise erkennt man auch, daß man die Strömungskraft näherungsweise berechnen kann als $S = V_2 \cdot \sin \alpha$, wobei α die durchschnittliche Neigung der Strömung ² ist. Sie greift im Schwerpunkte des Volumens V_2 an.

3. Es folgt der Fall der plötzlichen Absenkung eines bis zur Böschungsoberkante anstehenden Wasserspiegels bei einer Böschung aus sandigem, durchlässigen Boden auf weniger durchlässigem Untergrund (Abb. 10). Das Strom- und

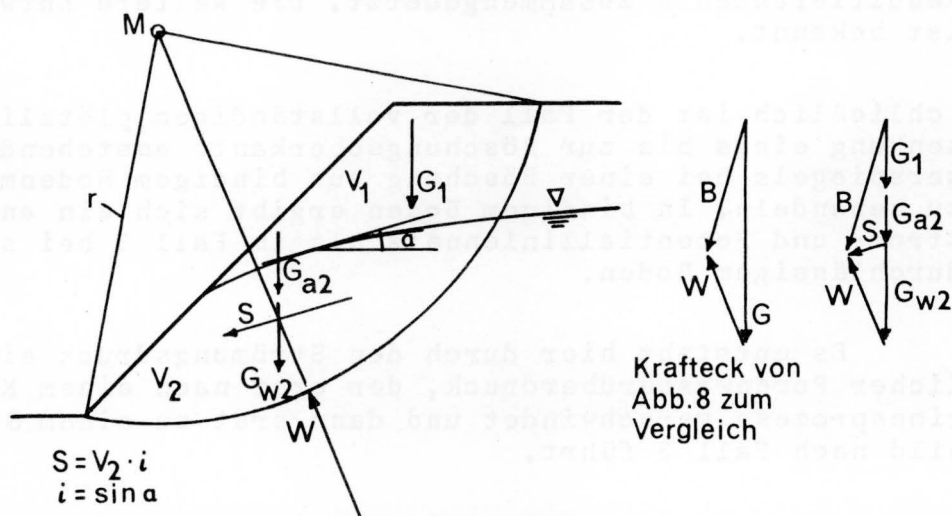


Abb. 9 Erfassung des Einflusses der Sickerströmung mit dem Strömungsdruck S und Zusammenhang mit dem Gleitflächenwasserdruck W

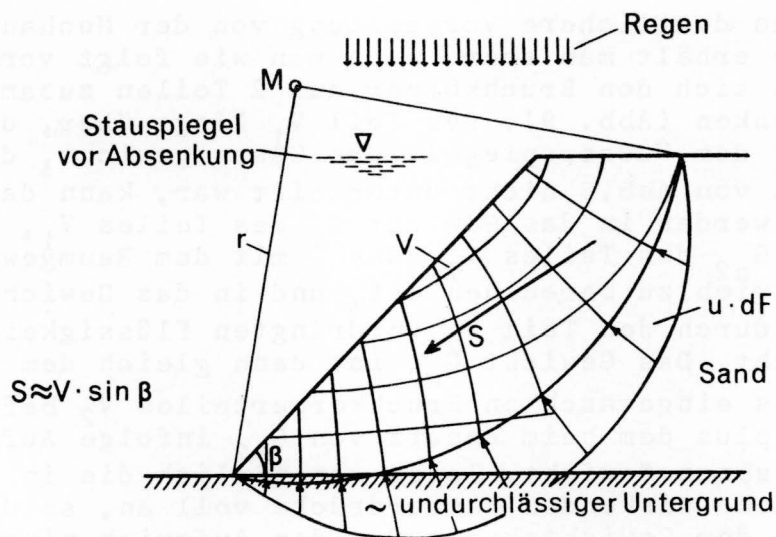


Abb. 10 Sickerströmung und Wasserdrücke
 a) bei plötzlicher Wasserspiegelabsenkung in Böschungen aus nichtbindigen Böden
 b) bei langen Regenzeiten

Potentialliniennetz für diesen Fall ist identisch mit dem Fall eines Dauerregens auf eine solche Böschung, wobei die Niederschlagsstärke aber größer als die Durchlässigkeit sein muß.

In diesen Fällen sieht das Stromliniennetz genauso aus, als wenn ein dünner Wasserfilm über die Böschung sickert (Abb.10). Der Strömungsdruck kann wie im vorigen Abschnitt bestimmt werden.

Dieser Fall ist für Böschungen aus sandigem Material der ungünstigste. Die Strömungskraft ist etwa hangparallel gerichtet. Sie wird mit dem Gewicht des Bruchkörpers zur Resultierenden B zusammengesetzt. Die weitere Entwicklung ist bekannt.

4. Schließlich ist der Fall der vollständigen plötzlichen Absenkung eines bis zur Böschungsoberkante anstehenden Wasserspiegels bei einer Böschung aus bindigem Bodenmaterial zu behandeln. In bindigem Boden ergibt sich ein anderes Strom- und Potentialliniennetz als im Fall 3 bei stärker durchlässigem Boden.

Es entsteht hier durch den Strömungsdruck ein zusätzlicher Porenwasserüberdruck, der erst nach einem Konsolidationsprozess verschwindet und dann erst zu einem Strömungsbild nach Fall 3 führt.

Da es schwierig ist, das Strom- und Potentiallinien-netz für diesen Fall im Zeitpunkt unmittelbar nach der plötzlichen Absenkung zu entwerfen, erfaßt man die hydraulische Druckverteilung auf den Bruchkörper summarisch (Abb.11).

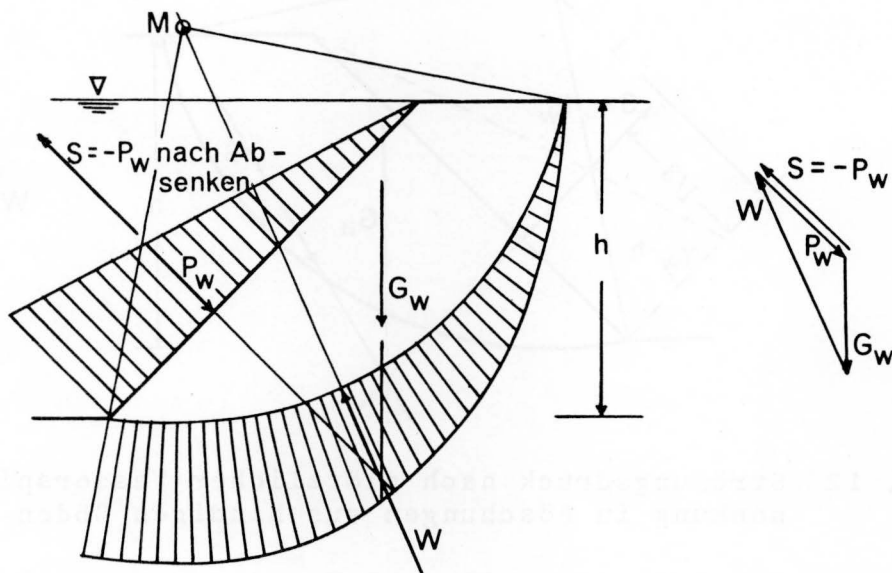


Abb.11 Wasserdrücke vor und nach plötzlicher Wasserspiegelabsenkung auf Böschungen aus bindigen Böden

Auf Abb.11 werden die Wasserdrücke auf die eingetauchte Böschung angegeben. Ihre Größe läßt sich hier leicht übersehen. G_w ist dabei das Gewicht der vom Bruchkörper verdrängten Flüssigkeitsmenge, das gerade von P_w und W im Gleichgewicht gehalten wird.

Nach dem plötzlichen Absenken fällt P_w (Abb.12) fort. Wegen des schon erwähnten Porenwasserüberdruckes infolge Strömungsdruck bleiben aber Größe und Lage von W im ersten Moment voll erhalten; ebenso bleibt G_w nach Lage und Größe erhalten. Die Resultierende aus G_w und W ist wieder eine Strömungskraft S , die hier entgegengesetzt und gleich groß mit der beim Absenken des Wasserspiegels weggefallenen Kraft P_w ist, wie aus dem Krafteck von Abb. 11 folgt.

Nun ist das Gewicht des Bruchkörpers (mit dem Raumgewicht unter Auftrieb gerechnet) mit der Strömungskraft $S = -P_w$ zur Resultierenden B zusammenzusetzen und die Standsicherheit der Böschung für die Beanspruchung durch B zu ermitteln.

In den Fällen 2, 3 und 4 sind die Strömungskräfte angegeben, die zusätzlich zu den Gewichts- und eventuellen äußeren Kräften anzusetzen sind.

In den Fällen 2 und 3 wird außerdem gezeigt, wie man einfach eine näherungsweise Bestimmung von Größe und Lage der Strömungskraft mit der Formel $S = V \cdot i$ erhält. Die Größe ergibt sich aus der genannten Formel, die Lage ist gegeben durch die Hauptströmungsrichtung und den Schwerpunkt des durchströmten Bruchkörpervolumens.

Bei den Skizzen der Fälle 3 und 4 sind außerdem die in der Gleitfläche wirkenden Wasserdrücke aufgezeichnet worden, damit der Unterschied zwischen diesen beiden Fällen noch einmal deutlich wird.

Die Möglichkeit des Auftretens der Fälle 1 und 2 wird jedem aus der Praxis bekannt sein. Insbesondere ist ein absinkender Wasserspiegel mit nachströmendem Grundwasser, also eine Kombination der Fälle 1 und 2 gefährlich. Die Fälle 3 und 4 werden in der vorausgesetzten krassen Form in der Praxis zwar nicht auftreten. Sie können aber zur Schaffung von Grenzwerten für an sich weniger extreme Fälle gute Dienste leisten.

In der Tat ist die Entwicklung der Technologie in den letzten Jahren sehr schnell vorangeschritten und es ist zu erwarten, dass dies in Zukunft noch stärker der Fall sein wird.

Die Entwicklung der Technologie ist in den letzten Jahren sehr schnell vorangeschritten und es ist zu erwarten, dass dies in Zukunft noch stärker der Fall sein wird. Die Entwicklung der Technologie ist in den letzten Jahren sehr schnell vorangeschritten und es ist zu erwarten, dass dies in Zukunft noch stärker der Fall sein wird.

Die Entwicklung der Technologie ist in den letzten Jahren sehr schnell vorangeschritten und es ist zu erwarten, dass dies in Zukunft noch stärker der Fall sein wird. Die Entwicklung der Technologie ist in den letzten Jahren sehr schnell vorangeschritten und es ist zu erwarten, dass dies in Zukunft noch stärker der Fall sein wird.

Die Entwicklung der Technologie ist in den letzten Jahren sehr schnell vorangeschritten und es ist zu erwarten, dass dies in Zukunft noch stärker der Fall sein wird. Die Entwicklung der Technologie ist in den letzten Jahren sehr schnell vorangeschritten und es ist zu erwarten, dass dies in Zukunft noch stärker der Fall sein wird.

Regierungsbaudirektor Heinz Schulz

und

Dipl.-Geologe Klaus-Wolfgang Ruck

Die Sandwanderungsverhältnisse
an der Nordküste der Insel Fehmarn
zwischen Westermarkelsdorf und Puttgarden

Travel of Sand at the North Coast
of the Fehmarn-Isle between
Westermarkelsdorf and Puttgarden

G l i e d e r u n g

1. Einleitung

2. Untersuchungsdurchführung

2.1 Messungen mit radioaktiven Leitstoffen

2.1.1 Markierung des Untersuchungssandes

2.1.2 Wahl der Untersuchungsgebiete

2.1.3 Ausbringen des gekennzeichneten Sandes

2.1.4 Meßgeräte

2.1.5 Untersuchungsergebnisse und Messungen

2.1.6 Wasserstands- und Windverhältnisse

2.1.7 Mit radioaktiven Leitstoffen gewonnene Erkenntnisse

2.2 Messungen mit lumineszierenden Leitstoffen

2.2.1 Markierung des Untersuchungssandes

2.2.2 Wahl der Eingabepunkte

2.2.3 Einbringung des gekennzeichneten Sandes

2.2.4 Kontrollmessungen

2.2.5 Untersuchungsergebnisse mit Luminophoren

3. Zusammenfassung

4. Schrifttum

1. Einleitung

Für die Planung einer Brücke von Fehmarn nach Lolland war es notwendig, die Sandwanderungsverhältnisse an der Nordküste von Fehmarn zu erkunden, um die Auswirkungen des Bauwerks auf die Küstenentwicklung voraussagen zu können. Die Anrampungen des geplanten Bauwerks sollen als Erddämme ausgeführt und die Wasserfläche zwischen den beiden Dammköpfen mit einer Stahlkonstruktion überbrückt werden. Die Bundesanstalt für Wasserbau - Außenstelle Küste - führte in diesem Zusammenhang eine eingehende Untersuchung der Sandbewegung durch, da mit ihrer Beeinflussung durch die Dämme mit Sicherheit zu rechnen ist.

Von grundlegender Bedeutung für derartige Untersuchungen sind die Erkenntnisse über das Zusammenspiel der Naturerscheinungen, die sich aus der Art der anstehenden Gesteine, der Wasserbewegung in der gezeitenfreien westlichen Ostsee sowie der Abhängigkeit der Transportkraft des Meeres von Windrichtung, Küstenform und Unterwassermorphologie ergeben. Im Untersuchungsgebiet ist der Strand aus Sand, Kies und Geröllen aufgebaut. Auf den der Küsten vorgelagerten submarinen Abrasionsflächen stehen ältere Bodenarten, wie Geschiebemergel und Tarras, an. Durch den Angriff der See auf die Küste wird Material abgetragen. Es entstehen in der Uferzone Erosionskanten. Im bewegten Wasser werden ferner, soweit die Tiefenwirkung der Wellen sich erstreckt, Gesteine auf den submarinen Abrasionsflächen aufgearbeitet. Das mobilisierte Material wird im bewegten Wasser zerkleinert, transportiert, sortiert und wieder abgelagert.

Eine Untersuchung dieser Vorgänge ist durch sedimentpetrographische Methoden, wie Auswertung der anstehenden Kornverteilung, Untersuchung der Schwermineralzusammensetzung usw. oder durch Eingabe von präparierten Leitstoffen möglich. Von der Bundesanstalt für Wasserbau - Außenstelle Küste - wurde aufgrund der vorhandenen Unterlagen (Luftbilder, ältere Untersuchungen der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung) eine Untersuchung der Sandwanderung mit radioaktiven Isotopen und Lumino-phoren als Leitstoffen vorgeschlagen, da übersehen werden konnte, daß eine morphologische und sedimentpetrographische Untersuchung allein zur Klärung der gestellten Frage nicht ausreichte. Die erstmalige Anwendung einer Kombination der bisher nur getrennt eingesetzten Untersuchungsmethoden sollte es ermöglichen, gleichzeitig die Vorgänge in unmittelbarer Nähe der Küste und in einigen Kilometern Entfernung vor der Küste zu erfassen.

Der im Labor radioaktiv gekennzeichnete Sand sollte auf der Küste vorgelagerten submarinen Abrasionsflächen ausgebracht werden, um den Transportweg des dort von der See abgetragenen Materials zu erfassen.

Der mit lumineszierenden Farbstoffen im Labor präparierte Sand sollte unmittelbar vor der Küste in den küstenparallelen Sandtransport eingegeben werden, um die Bewegung in unmittelbarer Küstennähe und den Verbleib des dort erodierten und verfrachteten Geschiebematerials zu ermitteln. Die Untersuchungen mußten die gesamte Nordküste Fehmarns umfassen, da diese eine physiographische Einheit bildet und Einzelfragen nur aus dem Gesamtbild der dort wirkenden Naturkräfte beantwortet werden können.

Das Aussetzen der Leitstoffe sollte möglichst im Frühjahr 1963 erfolgen, um die extremen Wetterlagen der Frühjahrsstürme zu erfassen. Wegen der starken Vereisung der Ostsee im Frühjahr 1963 konnte mit den Felduntersuchungen erst im April begonnen werden; sie mußten, um einen repräsentativen Überblick zu geben, entsprechend länger durchgeführt werden.

2. Untersuchungsdurchführung

2.1 Messungen mit radioaktiven Leitstoffen

2.1.1 Markierung des Untersuchungssandes

An den drei vorgesehenen Meßstellen wurden aus dem Seegrund etwa je 30 kg Sand entnommen, an den etwa 5 g Chrom 51 mit einer Gesamtaktivität von 2,5 Curie im schwimmenden Isotopenlabor der Bundesanstalt für Wasserbau - Außenstelle Küste - (Abb.1 und 2) angelagert wurden.



Abb.1

Das schwimmende Isotopenlabor

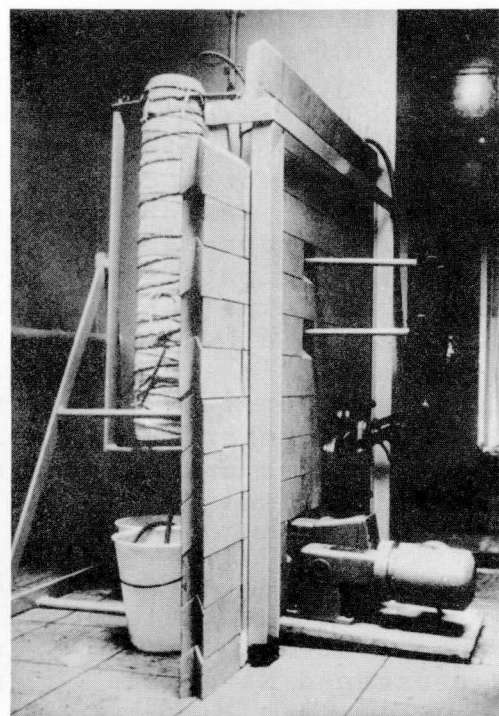


Abb.2 Innenansicht

Die Kornzusammensetzung des Sandes zeigt Abb.3.

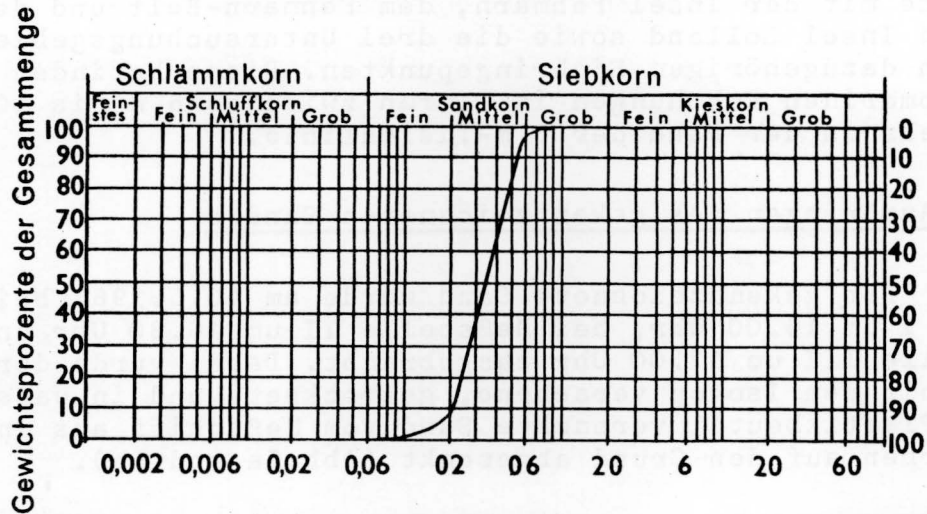


Abb.3 Die Kornzusammensetzung des Sandes

2.1.2 Wahl der Untersuchungsgebiete

Für die Ausbringung von radioaktiv gekennzeichnetem Sand wurden drei Stellen vor der Nordküste Fehmarns zwischen Markelsdorfer Huk und dem Fährhafen Puttgarden ausgewählt, die aus älteren Untersuchungen als submarine Abrasionszonen und damit als Materialliefergebiete bekannt waren. Der Verbleib des dort mobilisierten Materials sollte durch die Messungen erfaßt werden.

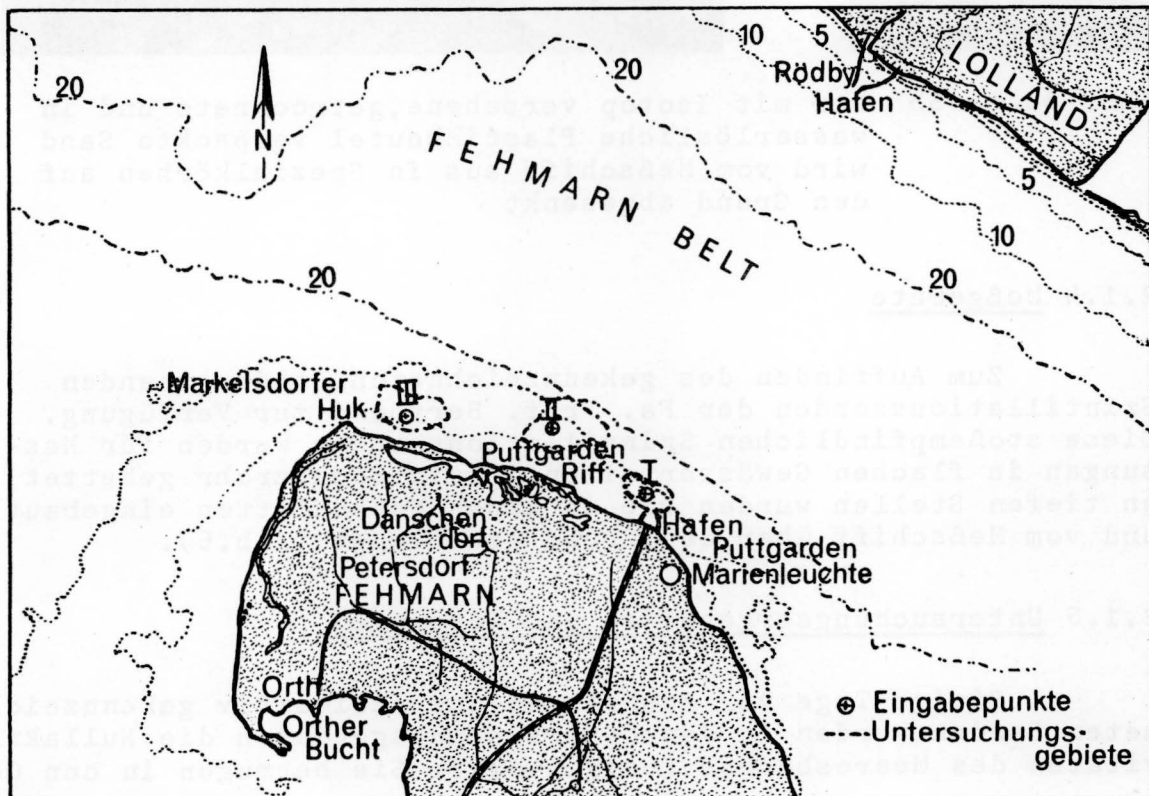


Abb. 4 Übersichtsplan

Der Übersichtsplan (Abb.4) zeigt einen Ausschnitt aus einer Seekarte mit der Insel Fehmarn, dem Fehmarn-Belt und der dänischen Insel Lolland sowie die drei Untersuchungsgebiete mit den dazugehörigen Einbringepunkten. Diese befinden sich auf submarinen Erhöhungen in Tiefen zwischen 6 m bis 10 m, jedoch mehr in der Nähe der 6 m-Tiefenlinie.

2.1.3 Ausbringen des gekennzeichneten Sandes

Der gekennzeichnete Sand wurde am 10.5.1963 bei Meßstelle I um 16.00 Uhr, bei Meßstelle II um 16.30 Uhr und bei Meßstelle III um 17.00 Uhr ausgebracht. Dabei wurde der im Labor mit dem Isotop versehene, getrocknete und in wasserlösliche Plastikbeutel verpackte Sand vom Meßschiff aus in Spezialkörben auf den Grund abgesenkt (Abb.5a und 5b).

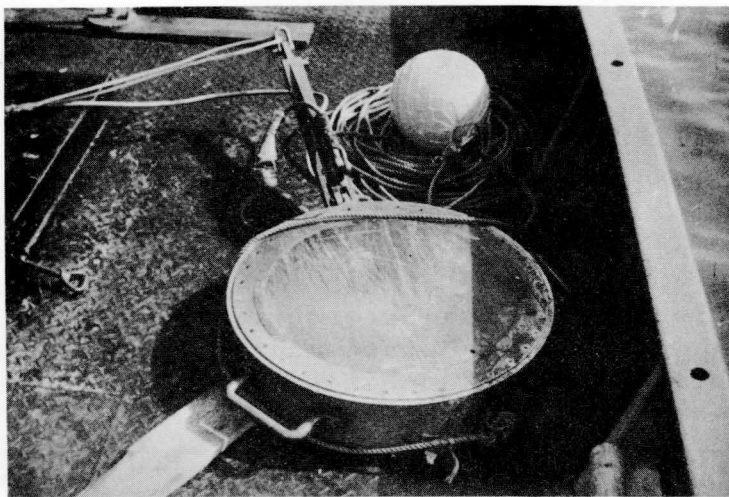
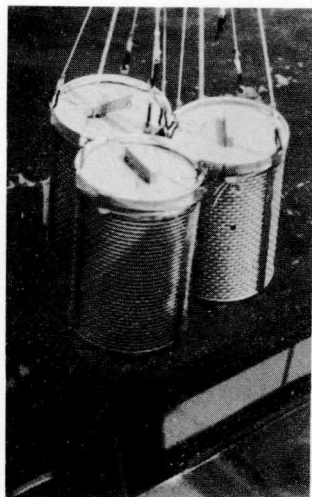


Abb. 5a u. 5b Der mit Isotop versehene, getrocknete und in wasserlösliche Plastikbeutel verpackte Sand wird vom Meßschiff aus in Spezialkörben auf den Grund abgesenkt

2.1.4 Meßgeräte

Zum Auffinden des gekennzeichneten Sandes standen Szintillationssonden der Fa. Prof. Berthold zur Verfügung. Diese stoßempfindlichen Szintillationssonden wurden für Messungen in flachen Gewässerteilen in ein Schutzrohr gebettet; an tiefen Stellen wurden sie in einen Meßschlitten eingebaut und vom Meßschiff über den Grund geschleppt (Abb.6).

2.1.5 Untersuchungsergebnisse und Messungen

Einige Tage vor Ausbringen des radioaktiv gekennzeichneten Sandes wurden in den Untersuchungsgebieten die Nullaktivitäten des Meeresbodens festgestellt. Sie betrugen in den Ge-

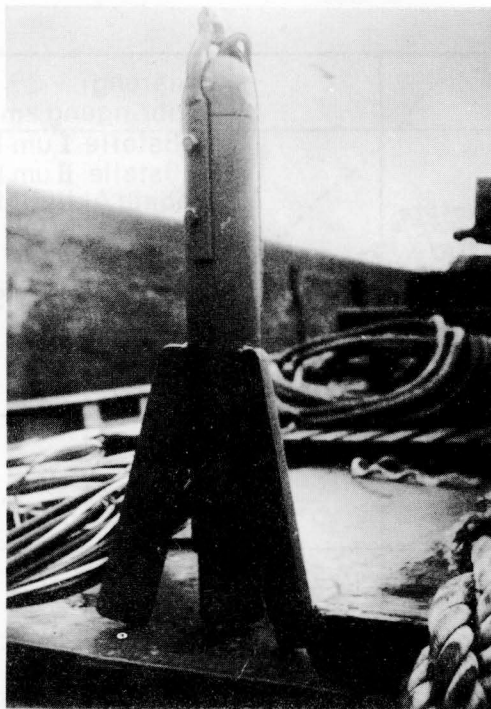


Abb.6 Szintillationssonde

bieten I und III 10-20 Imp/s, im Untersuchungsgebiet II 20-30 Imp/s.

Die Unterschiede in den Nullaktivitäten erklären sich aus den verschiedenen Bodenarten des Untergrundes. Stellenweise, besonders im Untersuchungsgebiet II, war bindiger Boden anzutreffen, der - wie bekannt - gegenüber Sand im Nulleffekt höher liegt.

Sofern die nach der Ausbringung des gekennzeichneten Sandes gemessenen Impuls-Werte unter Berücksichtigung des zeitlichen Abklingens der Strahlungsintensität (Cr 51 hat eine Halbwertszeit von 28 Tagen) im Untersuchungsgebiet I und III mehr als 40 Imp/s und in den Gebieten mit bindigem Boden des Untersuchungsgebietes II mehr als 50 Imp/s, betrugen, mußte angenommen werden, daß es sich um wiederaufgefundenen gekennzeichneten Sand handelt. In den Abbildungen 7 und 8 sind die Ergebnisse der Impulsmessungen dargestellt: Die Punkte, an denen an einem bestimmten Meßtag höhere Aktivitäten festgestellt wurden, sind mit besonderem Zeichen und mit dem Impulsmeßwert eingetragen.

Die sich abzeichnenden Gebiete erhöhter Aktivität sind in dem Plan umgrenzt und der besseren Übersicht wegen, schraffiert. Außerdem wurde die Grenze des Suchgebietes eingezeichnet. Innerhalb der Umgrenzung des Suchgebietes ist an den jeweiligen Meßtagen - soweit es die Witterungsverhältnisse zuließen - systematisch gemessen worden. Die Kurse der Meßfahrten sowie die Meßpunkte sind durch Doppelwinkelmessung bestimmt und mit einem Winkeltransporteur in Karten eingetragen worden.

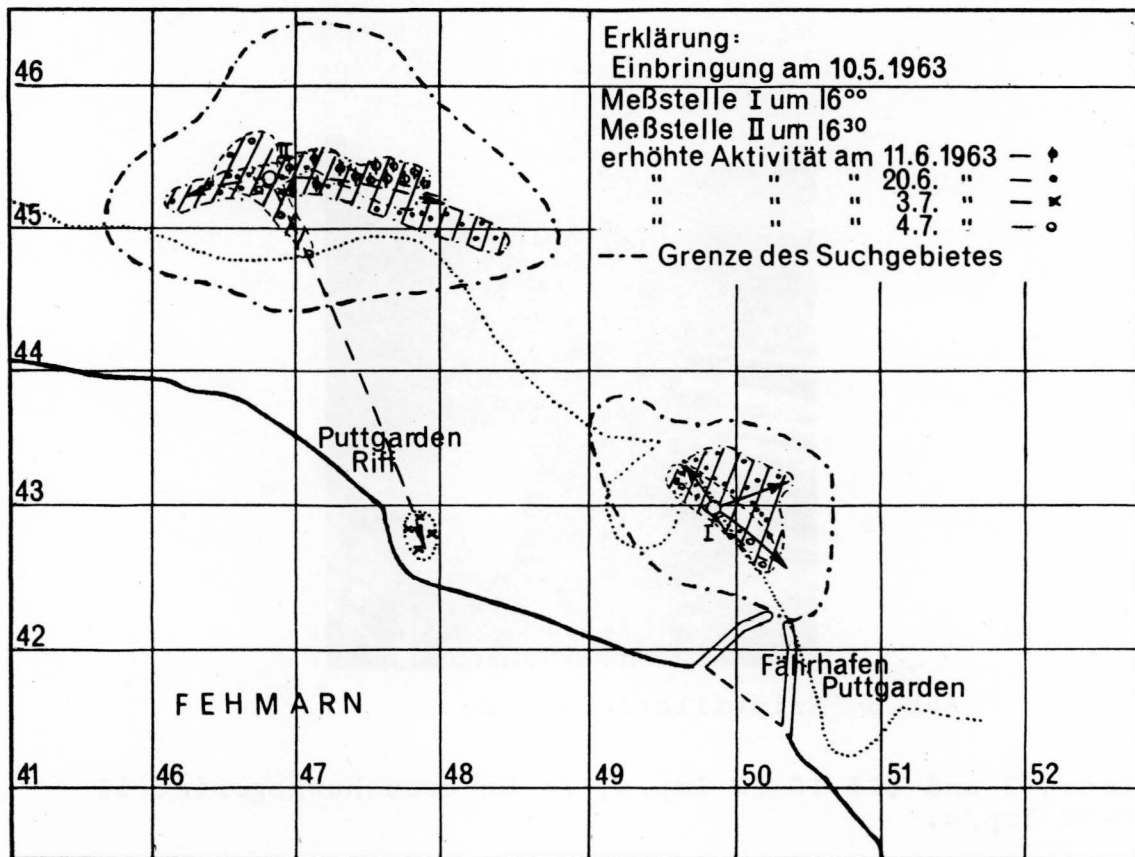


Abb.7 Ergebnisse der Impulsmessungen - Meßstellen I u. II

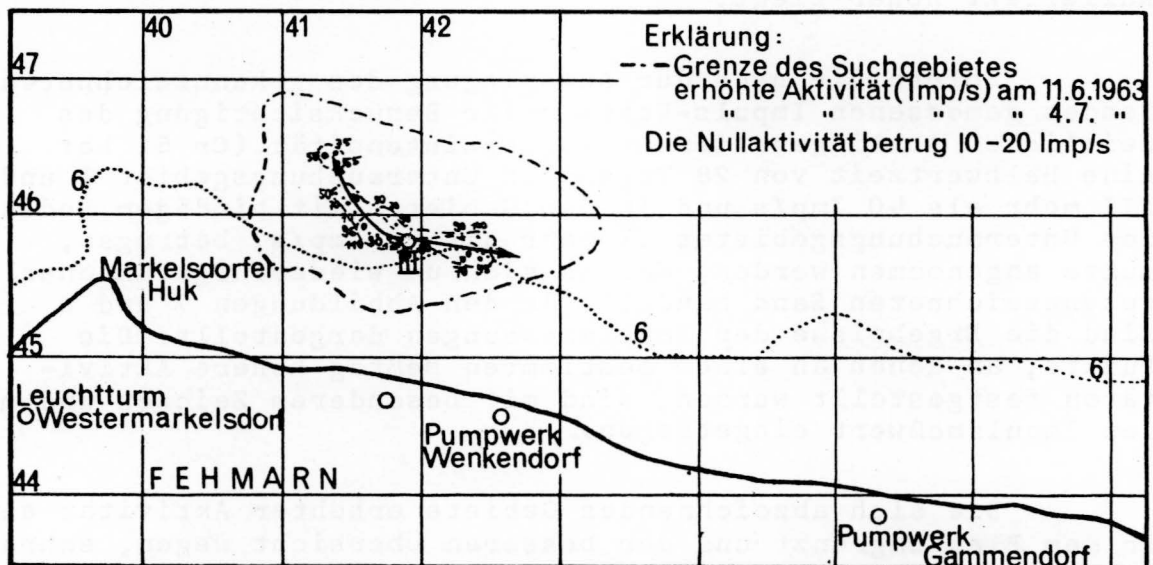


Abb.8 Ergebnisse der Impulsmessungen - Meßstelle III

Untersuchungsgebiet I

In den Abb. 7 u. 8 sind nur die Meßpunkte eingetragen worden, an denen einwandfrei erhöhte Strahlungsaktivitäten registriert worden sind.

Am Einbringepunkt wurden am 1. Meßtag (15.5.1963) mehr als 10 000 Imp/s festgestellt, 14 Tage später, am 29.5.63 nur noch 500 Imp/s. Eine Wanderung des markierten Sandes war bei diesen beiden ersten Meßfahrten nicht eindeutig feststellbar. Die hohen Impulswerte am ersten Meßtag, dem 5. Tag nach der Ausbringung, sind ein Zeichen dafür, daß der überwiegende Teil des markierten Sandes noch an Ort und Stelle lag. Die Abnahme der Impulswerte von mehr als 10 000 Imp/s. auf 500 Imp/s, die am zweiten Suchtag festgestellt wurde, dürfte durch eine flächenmäßige Ausbreitung des Sandes in nächster Nähe um den Einbringepunkt herum zu erklären sein. Hatte also bis zum 14. Tag nach Einbringung kein Sandtransport stattgefunden, so konnte am 11.6.1963, also am 32. Tag nach der Einbringung, eine Ausbreitung festgestellt werden. Die Umgrenzung des Gebietes, in welchem erhöhte Aktivitäten gemessen wurden, läßt erkennen, daß sich Sand in NW und SE-Richtung, aber auch in ENE-Richtung verlagert hat. Die Messung am 4.7.1963 läßt allein eine NW-SE-Richtung des Sandtransportes erkennen. Am 11.6.1963 konnte an dieser Stelle wegen zu grober See nicht gemessen werden.

Das Maximum der beobachteten Wanderstrecke beträgt in den Richtungen ENE und SE etwa 600 - 700 m, in Richtung NW 400 m, gerechnet vom Einbringepunkt.

Untersuchungsgebiet II

Die ersten beiden Suchmessungen fanden hier auch am 15. und 29.5.1963 statt. Eine Sandwanderung konnte in diesem Zeitraum nicht nachgewiesen werden. An den Einbringestellen fanden sich dieselben Impulswerte wie an Meßstelle I, wofür die gleiche Erklärung gilt.

Am 11.6., dem 32. Tag nach der Einbringung, wurde ein Sandtransport in E-Richtung, am 20.6. in E- und W-Richtung festgestellt. Am 4.7.1963 wurden einige Stellen mit höheren Aktivitäten etwa in NNW-Richtung gefunden. In Richtung SSE wurden einige Punkte mit verhältnismässig hoher Strahlungsintensität ermittelt. Auf eine Sandverlagerung in dieser Richtung weisen auch die gefundenen hohen Impulswerte am süd-östlichen Rand des Puttgarden-Riffes hin. Diese wurden bei einer Strandbegehung am 3.7. entdeckt, als die Strandstrecke zwischen Fährhafen Puttgarden und Markelsdorfer Huk auf erhöhte Aktivitäten abgesucht wurden. Das Maximum der beobachteten Wanderstrecke des Sandes beträgt nach E etwa 1 700 m, nach W etwa 750 m; bis zur Ablagerungsfläche am

Puttgarden-Riff ungefähr 2 700 m, gerechnet vom Einbringepunkt.

Untersuchungsgebiet III

Ebenso wie bei den Meßstellen I und II konnte am 15. und 29.5.1963 keine Sandwanderung festgestellt werden. Auch hier treffen hinsichtlich der Impulswerte an der Einbringestelle die Feststellungen, die bei Meßstelle I und II getroffen wurden, zu. Am 11.6. ist, wie bei Meßstelle II, ebenfalls eine Wanderrichtung nach E festgestellt worden. Etwa 700 m NW konnte ein kleines isoliertes Ablagerungsgebiet gefunden werden. Die Messungen vom 4.7.1963 zeigen noch ausgeprägter die Richtungstendenz: E bis ESE und NE-NNW. Das Maximum der beobachteten Wanderstrecke beträgt in E-Richtung etwa 750 m, in NW bis NNW-Richtung etwa 800 m, gerechnet vom Einbringepunkt.

2.1.6 Wasserstands- und Windverhältnisse

Im Gegensatz zu den Strömungsverhältnissen in Tide-meeren, die in der Hauptsache durch den Gezeitenablauf verursacht sind und bei denen der Windeinfluß eine zweitrangige Bedeutung hat, ist für die Beurteilung der Strömungsverhältnisse in der Ostsee in erster Linie der Faktor Wind maßgebend.

Untersuchungen aus dem Jahre 1952 im Raum Fehmarn haben aber gezeigt, daß bei gleichen Windverhältnissen unterschiedliche Strömungen bei Puttgarden und beim Feuerschiff Fehmarn-Belt auftreten können. Es soll trotzdem versucht werden, die Sandwanderungsvorgänge mit Hilfe des Wasserstandsverlaufs und der Windverhältnisse für den Untersuchungszeitraum vom 10.5. bis 4.7.1963 auf gewisse Übereinstimmungen zu untersuchen.

Abb.9 zeigt den Wasserstandsverlauf am Pegel Fehmarnsund mit den Tagesmitteln der Windrichtungen und -stärken. Leider konnte der für diese Untersuchungen wichtigere, an der Nordküste Fehmarns befindliche Pegel Marienleuchte nicht herangezogen werden, da dieser seit längerer Zeit nicht mehr in Betrieb ist. Der Wasserstandsverlauf am Pegel Fehmarnsund zeigt, daß im Untersuchungszeitraum überwiegend Wasserstände auftraten, die unter dem langjährigen Mittelwasser lagen. Es ist anzunehmen, daß diese Erscheinungen auch für die Wasserstandsverhältnisse an der Nordküste Fehmarns zutreffen.

Die mehrmals am Tage registrierten Windrichtungen und -stärken am Feuerschiff Fehmarn-Belt wurden gemittelt. Das Ergebnis ist zwischen den einzelnen Tagen über dem Wasserstandsverlauf (Abb.9) eingetragen. Das Maximum der Windstärke wurde am 19.6. mit Stärke 7 aus W - WSW registriert. Die

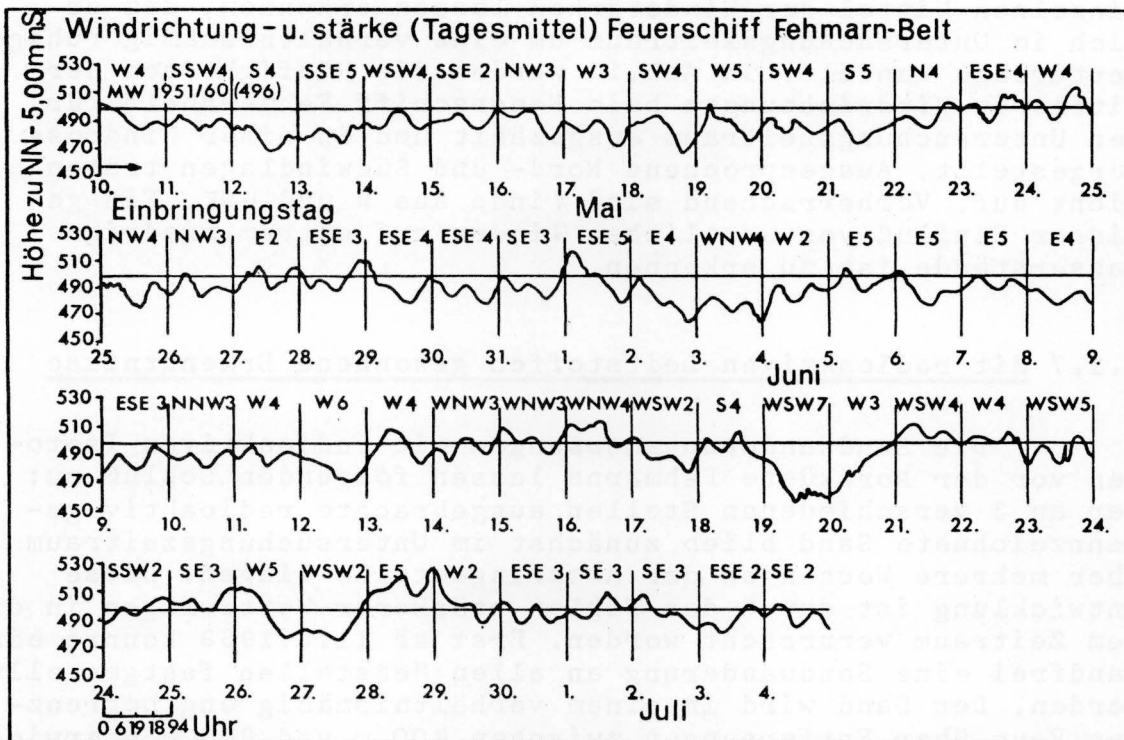


Abb.9 Wasserstandsverlauf am Pegel Fehmarnsund vom 10.Mai bis 4.Juli 1963 mit den Tagesmitteln der Windrichtungen und -stärken

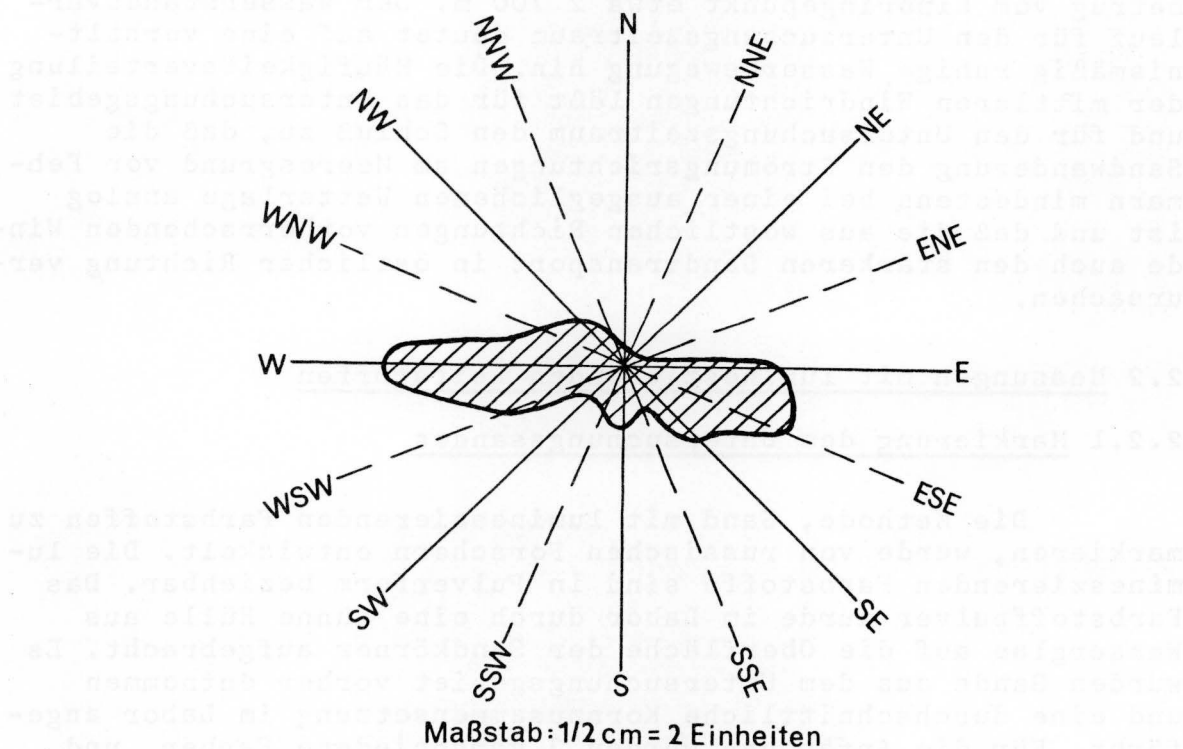


Abb.10 Häufigkeiten der mittl. Windrichtungen für den Untersuchungszeitraum

einzelnen Mittel der Windstärken lassen erkennen, daß es sich im Untersuchungszeitraum um eine verhältnismäßig ruhige Wetterlage handelt. In Abb.10 wurden die Häufigkeiten der mittleren Windrichtungen beim Feuerschiff Fehmarnbelt für den Untersuchungszeitraum ausgezählt und in einer Windrose dargestellt. Ausgesprochene Nord- und Südwindlagen traten nicht auf. Vorherrschend sind Winde aus W und ESE. Ein gewisser Einfluß von westlichen Winden auf extrem niedrige Wasserstände ist zu erkennen.

2.1.7 Mit radioaktiven Leitstoffen gewonnene Erkenntnisse

Die Sandwanderungsmessungen mit radioaktiven Isotopen vor der Nordküste Fehmarns lassen folgenden Schluß zu: Der an 3 verschiedenen Stellen ausgebrachte radioaktiv gekennzeichnete Sand blieb zunächst im Untersuchungszeitraum über mehrere Wochen an der Ausbringestelle liegen. Diese Entwicklung ist durch das Fehlen stärkerer Wetterlagen in diesem Zeitraum verursacht worden. Erst ab 11.6.1963 konnte einwandfrei eine Sandwanderung an allen Meßstellen festgestellt werden. Der Sand wird in einem verhältnismäßig eng begrenzten Raum über Entfernungen zwischen 400 m und 800 m überwiegend in Ost-West-Richtung transportiert, wobei die Ostrichtung vorherrschend ist.

Bei Meßstelle II konnte ein Sandtransport in etwa südlicher Richtung zur Küste in das Ufergebiet westlich der alten Steinschüttmole beobachtet werden. Die Entfernung hier betrug vom Einbringepunkt etwa 2 700 m. Der Wasserstandsverlauf für den Untersuchungszeitraum deutet auf eine verhältnismäßig ruhige Wasserbewegung hin. Die Häufigkeitsverteilung der mittleren Windrichtungen läßt für das Untersuchungsgebiet und für den Untersuchungszeitraum den Schluß zu, daß die Sandwanderung den Strömungsrichtungen am Meeresgrund vor Fehmarn mindestens bei einer ausgeglichenen Wetterlage analog ist und daß die aus westlichen Richtungen vorherrschenden Winde auch den stärkeren Sandtransport in östlicher Richtung verursachen.

2.2 Messungen mit lumineszierenden Leitstoffen

2.2.1 Markierung des Untersuchungssandes

Die Methode, Sand mit lumineszierenden Farbstoffen zu markieren, wurde von russischen Forschern entwickelt. Die lumineszierenden Farbstoffe sind in Pulverform beziehbar. Das Farbstoffpulver wurde im Labor durch eine dünne Hülle aus Wasserglas auf die Oberfläche der Sandkörner aufgebracht. Es wurden Sande aus dem Untersuchungsgebiet vorher entnommen und eine durchschnittliche Kornzusammensetzung im Labor angefärbt. Für die Anfärbung wurden 3 verschiedene Farben, und zwar rot, gelb und blau, benutzt. Mit der jeweiligen Farbe

wurden 50 kg behandelt. Die durchschnittliche Kornkurve enthielt überwiegend Fein- und Mittelsande, entsprechend der in der Natur vorgefundenen Kornzusammensetzung (Abb.3).

2.2.2 Wahl der Eingabepunkte

Die Eingabepunkte wurden unter dem Gesichtspunkt ausgewählt, die gesamte Nordküste von Fehmarn zu erfassen, die eine geschlossene physiographische Einheit bildet. Es wurde ein Eingabepunkt nördlich des Puttgarden Riffes gewählt; die beiden anderen Punkte lagen jeweils in der Nähe der westlichen und der östlichen Grenze der physiographischen Einheit. Im einzelnen sind die Punkte aus den Plänen zu ersehen (Abb. 11, 12, 14 und 15). An jedem Eingabepunkt war der Sand mit einer anderen Leitfarbe gekennzeichnet, um so einwandfrei den Verbleib des Materials von verschiedenen Punkten untersuchen zu können.

2.2.3 Einbringung des gekennzeichneten Sandes

Die gekennzeichneten Sande wurden am 22.5.1963 eingegeben. Die Einbringung erfolgte in Plastikbeuteln, in die der Sand im Labor verpackt wurde. Die Plastikbeutel lösen sich unter Wasser auf, so daß der Sand durch die Wasserbewegung mobilisiert werden konnte.

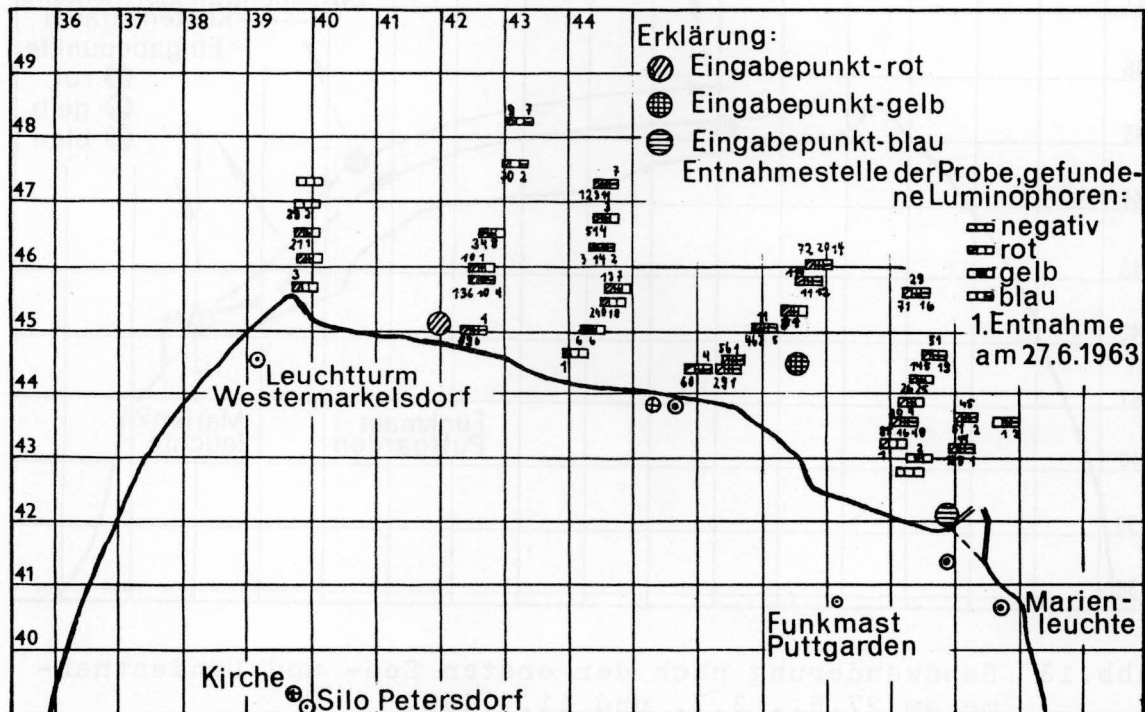


Abb.11 Luminophorenuntersuchung der Sandwanderungen
Erste See-Entnahme am 27.6.1963

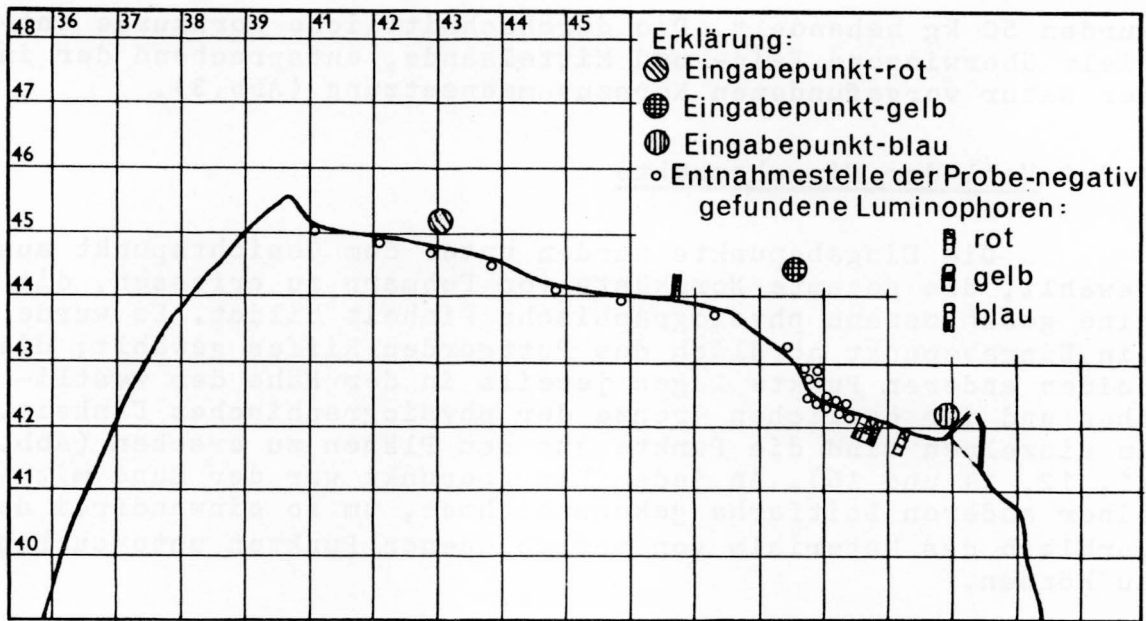


Abb.12 Luminophorenuntersuchung der Sandwanderungen
Erste Land-Entnahme am 3.7. und 11.7.1963

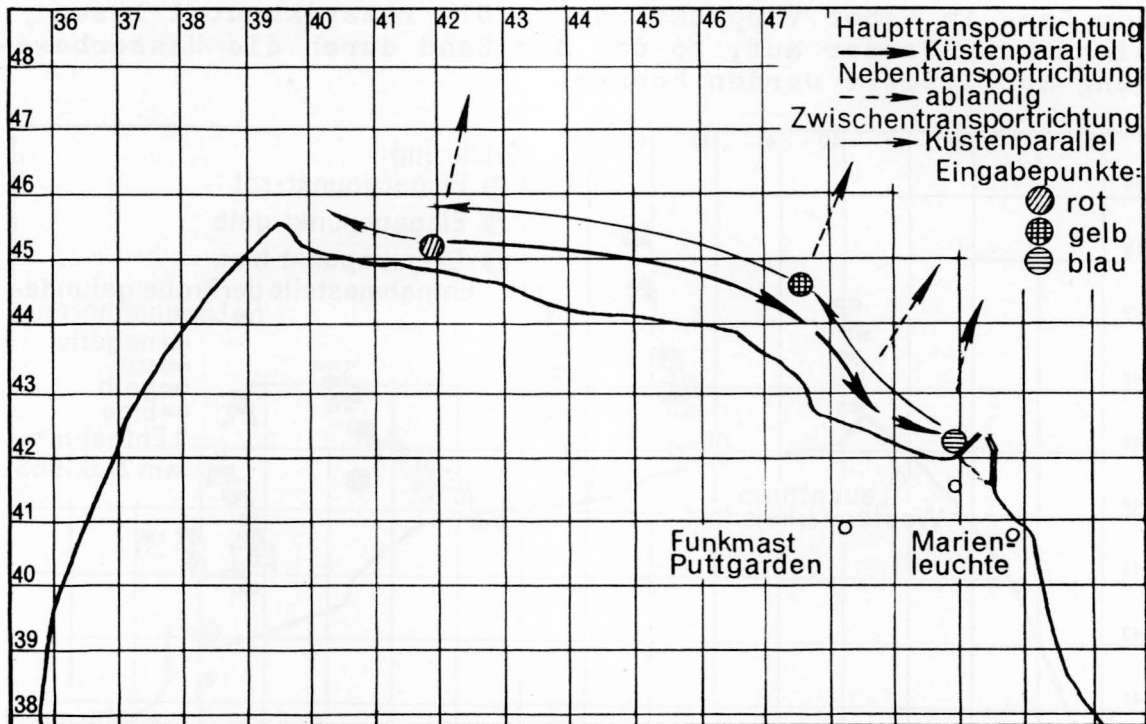


Abb.13 Sandwanderung nach der ersten See- und Landentnahme
am 27.6., 3.7. und 11.7.1963

2.2.4 Kontrollmessungen

Um den Verbleib des gekennzeichneten Sandes zu verfolgen, wurden nach entsprechenden Wetterlagen Proben vom Seegrund mit einem van Veen'schen Bodengreifer und in der Uferzone von Hand gezogen und im Labor untersucht. Bei der Entnahme wurde darauf geachtet, daß möglichst von gleich großen Grundflächen die gleiche Probemenge für die Untersuchung entnommen wurde. Außer an der Oberfläche wurden tiefer reichende Bodenproben entnommen, um evtl. stärker eingespültes gekennzeichnetes Material zu erfassen. Das Probengerät wurde peinlichst sauber gehalten, das überflüssige Probenmaterial an Deck gesammelt und an Land vergraben, um ein Verseuchen des Untersuchungsgebietes mit gekennzeichneten Sandkörnern zu verhindern. Die Einmessung der Entnahmestationen erfolgte durch Doppelwinkelpeilungen mit Sextanten. Als Meßpunkte wurden die aus den Karten ersichtlichen markanten Landmarken benutzt.

Die entnommenen Proben wurden im Labor getrocknet und dann unter dem ultravioletten Licht einer Quarzlampe auf Luminophoren, d.h. präparierte Sandkörner, untersucht. Nach den bisherigen Erfahrungen ist es dabei möglich, bei vertretbarem Arbeitsaufwand ein gekennzeichnetes Sandkorn unter 10 Mill. ungefärbten Sandkörnern wiederzufinden. Die präparierten Sandkörner leuchten unter ultraviolettem Licht auf. Das Material wird auf einer Zählrinne unter dem Leuchtstreifen durchgeführt und die Körner mit einem Zählwerk registriert.

Kontrollentnahmen erfolgten am 27.6.1963, am 3.7.1963, am 11.7.1963, am 8.10.1963, am 9.10.1963.

2.2.5 Untersuchungsergebnisse mit Luminophoren

Die Laborauszählung erfaßt die Verteilung und Konzentrationszahl der gefärbten Sandkörner. Die Ergebnisse der Untersuchungsausählung der Proben vom 27.6.1963, 3.7.1963 und 11.7.1963 (Abb. 11, 12 und 13), zeigen, daß mehrere Transportrichtungen im Untersuchungsgebiet vorhanden sind. Es sind dies folgende Transportwege:

1. Von Ost nach West
2. Von der Küste zum tieferen Wasser hin
3. Von der ufernahen Sandzone zur Uferlinie
4. Von West nach Ost

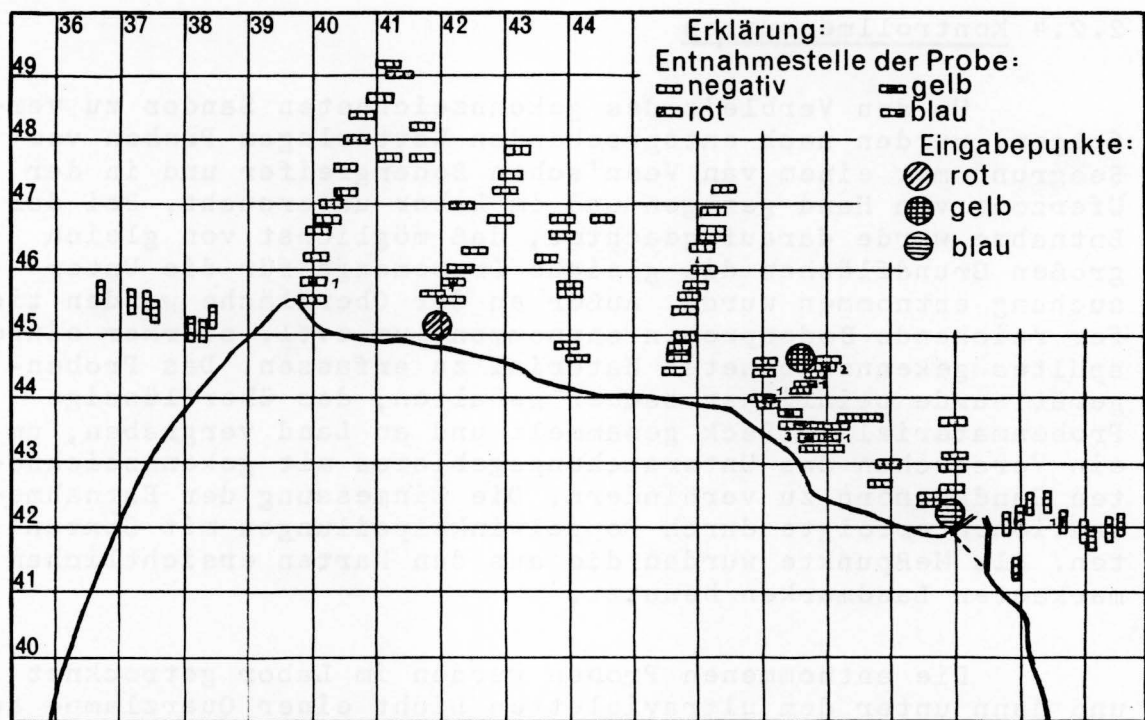


Abb.14 Luminophorenuntersuchung der Sandwanderungen
 zweite See-Entnahme am 8.10. und 9.10.1963

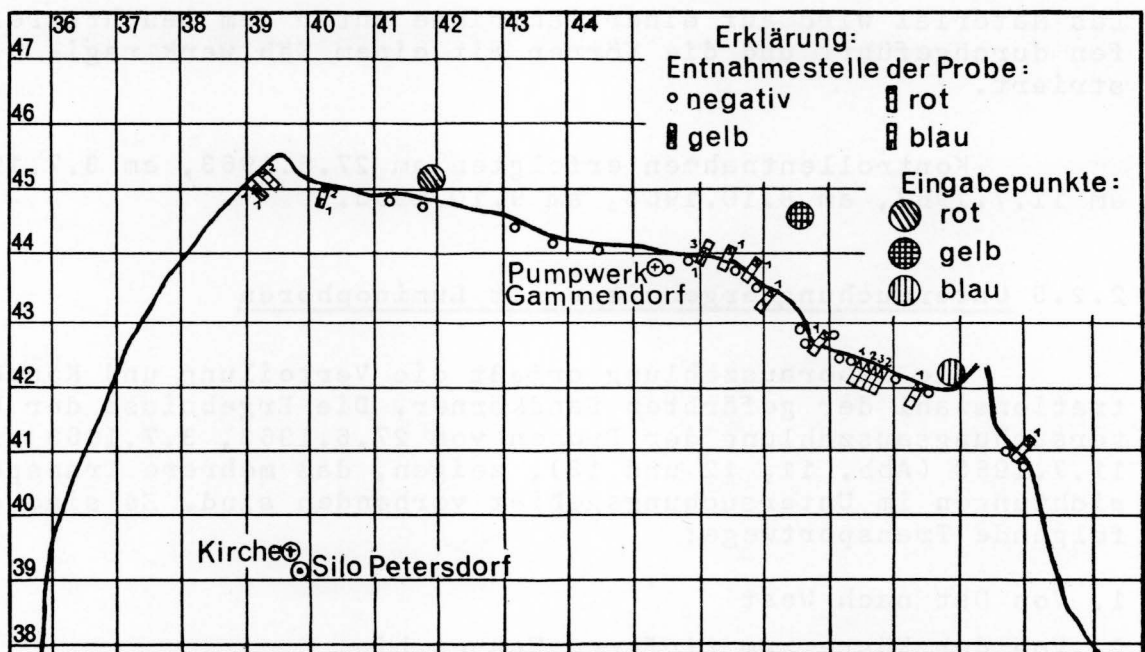


Abb.15 Luminophorenuntersuchung der Sandwanderungen
 zweite Land-Entnahme am 30.10.1963

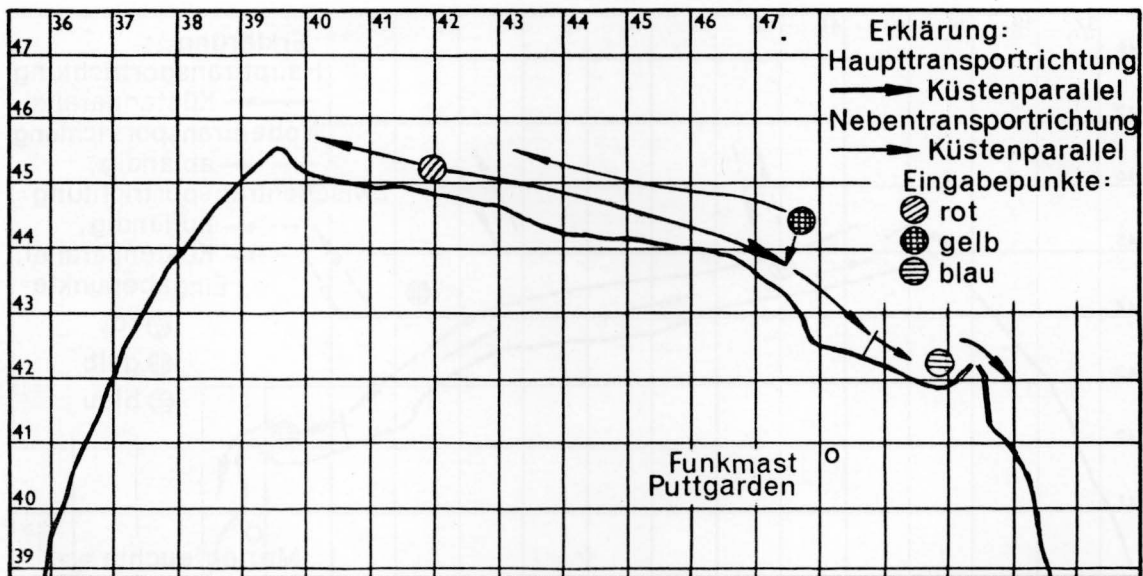


Abb.16 Sandwanderung nach der zweiten See- und Landentnahme am 8.10., 9.10. und 30.10.1963

Die Entnahmen am 8.10.1963, 9.10.1963 und 30.10.1963 (Abb.14,15 und 16), zeigten eine Anreicherung der Luminophoren im Osten, in der Nähe des Puttgardener Fährhafens. Daraus ergibt sich, daß als resultierende Haupttransportrichtung der küstenparallele Transport von Westen nach Osten verbleibt. Gleichzeitig zeichnet sich ein kleinerer Transport von der Küste nach See in tieferes Wasser ab.

Aufgrund der Untersuchungen der Sandwanderung mit Luminophoren an der Nordküste Fehmarns kann daher folgendes gesagt werden:

Bei östlichen Wetterlagen wird Material im kleineren Umfang von Ost nach West verfrachtet. Bei westlichen Wetterlagen, die im Untersuchungsbereich vorherrschend sind, werden größere Sandmengen von West nach Ost küstenparallel bewegt. Sie bleiben zunächst im Bereich des Puttgarden Riffes nordöstlich des Niobe-Denkmalis liegen. Von dort wird das Material weiter in östliche Richtung transportiert und an der Westseite der alten Steinmole abgelagert. Ein kleiner Teil dieses Materials gelangt von hier bis zum Fährhafen Puttgarden und wird in Wassertiefen zwischen 6 m bis 15 m deponiert. Hierbei handelt es sich ausschließlich um Feinsande.

3. Zusammenfassung

Die Ergebnisse der Einzeluntersuchungen mit radioaktiven Leitstoffen und Luminophoren ergeben folgendes Gesamtbild der Sandwanderung an der Nordküste Fehmarns (Abb.17):

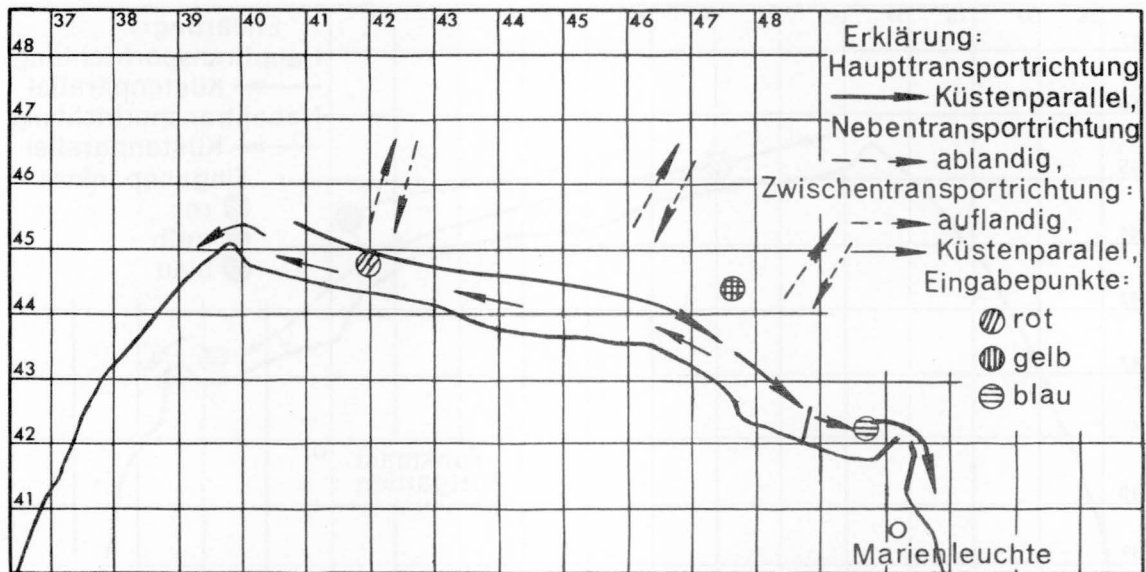


Abb.17 Luminophorenuntersuchung der Sandwanderungen

Der Materialtransport an der Nordküste von Fehmarn wird genährt durch Küstenabbruch im Westteil der Nordküste und Erosion von submarinen Abrasionsflächen vor der Nordküste von Fehmarn. Das von den submarinen Abrasionsflächen erodierte Material wird einmal zur Küste hin transportiert und dort in die küstenparallele Sandwanderung einbezogen, zum anderen seewärts weggeführt. Bei dem seewärts verfrachteten Material dürfte es sich überwiegend um feinere Körnungen unterhalb der Korngröße 0,2 mm handeln. Die küstenparallele Sandwanderung verläuft zwischenzeitlich bei Ostwindwetterlagen von Ost nach West; die resultierende Sandwanderung geht aber von West nach Ost. Das Material wird nach einer Zwischenlagerung auf dem Puttgarden Riff an der Westseite der Steinmole westlich des Fährhafens und an der Westmole des Fährhafens abgelagert.

Ein Kartenvergleich zwischen 1875 und 1951 bestätigt, daß die Küstenstrecke zwischen dem Niobe-Denkmal und dem jetzigen Fährhafen Puttgarden überwiegend als Anlandungsgebiet anzusprechen ist. Der geplante Damm würde somit in einer Küstenstrecke liegen, die nicht erodiert wird, sondern anlandende Tendenzen zeigt. Unter diesen Voraussetzungen dürfte er keine grundlegende ungünstige Einwirkung auf die natürliche Küstenentwicklung haben. Auch Leerosionserscheinungen werden durch diese anlandende Tendenz zumindest stark herabgemindert. Durch einen Damm westlich des Fährhafens Puttgarden würde eine sich abzeichnende Tendenz zur Versandung des Fährhafens sogar aufgehoben, da wahrscheinlich an der West-

seite des Dammes eine stärkere Anlandung erfolgen und der jetzt zum Fährhafen hingehende Sandtransportstrom dort unterbrochen und zur Ablagerung gezwungen wird. Weitere Untersuchungen über die spezielle Auswirkung des Dammes, besonders auf die Erosionserscheinungen, werden bei Vorliegen detaillierter Angaben über Form und genaue Lage des Dammkörpers ausgeführt werden.

Die Untersuchung hat wertvolle Aufschlüsse über die Materialbewegung an der Nordküste der Insel Fehmarn gebracht. Mit Hilfe der Leitstoffmethode konnte die Bewegungsrichtung des Bettmaterials offenkundig gemacht und die Auswirkung des Dammbaues auf den Sandtransport abgeschätzt werden. Hierbei hat sich die Anwendung des kombinierten Verfahrens mit Isotopen und Luminophoren als wertvoll erwiesen. Besonders vorteilhaft ist die verhältnismäßig einfache und schnell mögliche Verfolgung des mit Isotopen gekennzeichneten Materials, was besonders im tieferen Wasser stark ins Gewicht fällt. Nach unseren Erfahrungen sollte in ähnlichen Fällen stets die hier angewendete kombinierte Methode in Betracht gezogen werden.

4. Schrifttum

- [1] Ajbulatov, N. u.a., : "Das Studium der Sedimentbewegung in Flüssen und Meeren mit Hilfe von lumineszierenden Farbstoffen und radioaktiven Isotopen"
Griesseier, H. Petermanns Geogr.Mitt. (1961) S.177-186, 254-263
- [2] Chauvin, J.L. und : "Messung des Feststoffdurchsatzes durch Geschiebebewegung in Wasserläufen mit Hilfe radioaktiver Indikatoren", Centre de Recherches in Chatou
Danion, J.
- [3] Kolp, O. und : "Über einige Laborerfahrungen bei der Kennzeichnung von Meeressand mit lumineszierenden Farbstoffen"
Enzenross, Ch. Beitr.z.Meereskde., Dt.Akad.Wiss. Berlin,(1961) H.1 S.27-38
- [4] Ludwig, G. : "Über die Anfärbung rezenter Sande mit lumineszierenden Stoffen zum Erkennen ihrer Transportwege"
Acta Hydrophysica 5 (1959), S.152-157
- [5] Ruck, K.-W. : "Seegrundkartierung der Lübecker Bucht", Die Küste 1 (1952) H.2

- [6] Ruck, K.-W. : "Untersuchung der Sandwanderungsverhältnisse im Küstenbereich zwischen Stohl und Brauner Berg an der Kieler Außenförde und ihrer Auswirkungen auf Wasserbaumaßnahmen im Untersuchungsgebiet". Mitteilungsbl.d.BAW Karlsruhe Nr. 23 (1966)
- [7] Seibold, E. und Walger, E. : "Ein erster Versuch mit Lumino-phoren zur Untersuchung der Sandverfrachtung in der Kieler Förde" Meyniana, Bd.12 (1962)
- [8] Bressau, S. : "Seegrundkartierung im Seeraum um die Insel Fehmarn". Unveröff. Bericht des Geol.Inst.d.Univ.Kiel (1953)
- [9] Bressau, S. : "Abrasion, Transport und Sedimentation in der westlichen Beltsee" Dissertation, Kiel 1954
- [10] Brand, Gg. : "Sedimentpetrographische Untersuchungen zum Erkennen der Sandwanderungsvorgänge am Strand, im Flachwasser und dem daran anschließenden Seegebiet". Sonderdruck aus Meyniana, Bd.4 (1955)
- [11] Ruck, K.-W. : "Erläuterungen zur geologischen Bestandsaufnahme der Insel Fehmarn" (Diplom-Meßtischblätter 1432, 1433, 1532, 1533)
- [12] Magens, C. : "Küstenforschungen im Raum Fehmarn-Nordwagrien, Brandungsuntersuchungen an den Küsten von Fehmarn und Nordwagrien". Die Küste 6 (1957), S.4-63
- [13] Schulz, H. : "Die Verwendung radioaktiver Leitstoffe zur Untersuchung der Sand- und Schlickwanderung in Ästuarien und Küstengewässern". Dt.Gewäss.Mitt., Sonderheft 1960
- [14] Schulz, H. : "Fortschritte bei der Anwendung radioaktiver Isotope zur Erfassung der Sandwanderung in den Küsten- und Tidegewässern". Die Wasserwirtschaft 54 (1964) H.7.

Dipl.-Ing. Hans Lambert

Die Erscheinung der Gezeiten und ihre Erklärung

Tide Phenomena and their Explanation



Nach einem Vortrag vor den bautechnischen Bediensteten der Küstendirektionen der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung anlässlich einer Tagung bei der WSD Kiel.

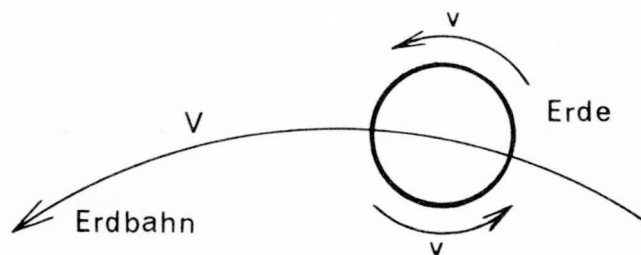
In allen großen Meeren hebt und senkt sich täglich regelmäßig der Wasserspiegel. Man nennt diese Erscheinung die Gezeiten oder die Tide und ihren Verlauf Ebbe und Flut.

Unter Flut verstehen wir das Steigen des Wassers, unter Ebbe sein Fallen. Keine Meeresküste ist frei von Ebbe und Flut, wenngleich sich diese teilweise nur als schwache Schwankung bemerkbar macht.

Das Heben und Senken der Meeresoberfläche wird von einem Hin- und Herfluten der Wassermassen begleitet. Beide Erscheinungen haben dieselbe Periode und gehören zusammen. Sie sind die Folge einer wellenförmigen Bewegung des Wassers, deren Ursache bis an die Schwelle der Neuzeit unbekannt blieb.

Die erste, uns modern ansprechende Gezeitentheorie stammt von GALILEO GALILEI (1564 - 1642) mit dessen Namen heute der Beginn einer neuen sich auf das Experiment stützenden Physik verbunden wird. Ausgehend von der Kopernikanischen Lehre von der Bewegung der Erde um die Sonne, die er durch die beobachtete Bewegung der Jupitermonde als bewiesen fand, erklärt er das Flutphänomen aus der Erdbewegung.

Es ist bekannt, daß in Behältern transportiertes Wasser hin und her schwappt, je nachdem ob die Geschwindigkeit erhöht oder vermindert wird. Indem sich die Erde einmal um ihre Achse dreht, zum anderen aber in ihrer Bahn um die Sonne fortschreitet, müssen sich für die einzelnen Punkte auf der Erdoberfläche Umlaufgeschwindigkeit und Fortschrittsgeschwindigkeit (Abb. 1) einmal addieren und einmal subtrahieren. Entsprechend dieser Geschwindigkeitsänderung, die den Perioden der Erddrehung entspricht, muß auch ein periodisches Hin- und Herschwappen der Wassermassen in den Ozeanen einsetzen, was wir als die Gezeiten bezeichnen.



$V+v \rightarrow$ Zurückbleiben des Wassers = Ebbe
 $V-v \rightarrow$ Vorschnellen des Wassers = Flut

Abb. 1

JOHANNES KEPLER (1571 - 1630) hingegen vermutete, daß man bei der Erklärung der Gezeiten nicht vom Monde absehen dürfte, so lange es möglich sei, auf ihn die Deutung zurückzu-

führen. Wie aber sollte man die Wirkung des Mondes verstehen, wenn das Gesetz der gegenseitigen Massenanziehung noch nicht erkannt war ?

Die besondere Leistung des ISAAC NEWTON (1642 - 1727) war die Erkenntnis und Formulierung des Gesetzes der Massenanziehung oder des Gravitationsgesetzes

$$K = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

K = Kraft

f = Gravitationskonstante

m_1, m_2 = Massen

r = Abstand der Massenmittelpunkte

Aufgrund der Massenanziehung zwischen den Himmelskörpern kann nun auch das Phänomen der Gezeiten erklärt und verstanden werden.

Betrachtet man zunächst Erde und Mond allein und sieht von der Eigendrehung der Erde ab, so bewegen sich Erde und Mond monatlich einmal um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Die dadurch auftretenden Zentrifugalkräfte befinden sich mit der Gesamtheit der zwischen den Massen bestehenden Anziehungskräfte im Gleichgewicht. Dieses Gleichgewicht besteht aber nicht für die einzelnen Punkte der Erdoberfläche.

Die Existenz von Kräften zeigt sich in Beschleunigungen. Wenn für die einzelnen Punkte der Erdoberfläche das Gleichgewicht zwischen Massenanziehung und Zentrifugalkraft nicht besteht, müssen Beschleunigungen auftreten.

Weil alle Punkte der Erde bei der Bewegung mit dem Mond um den gemeinsamen Schwerpunkt gleiche Bahnen beschreiben, kann die Erde als starrer Körper nur eine bestimmte Beschleunigung, die Zentrifugalbeschleunigung, gegen den Mond annehmen, während die beweglichen Wassermassen auf der dem Mond zu- und der ihm abgewandten Seite verschiedene Beschleunigungen erhalten (Abb. 2).

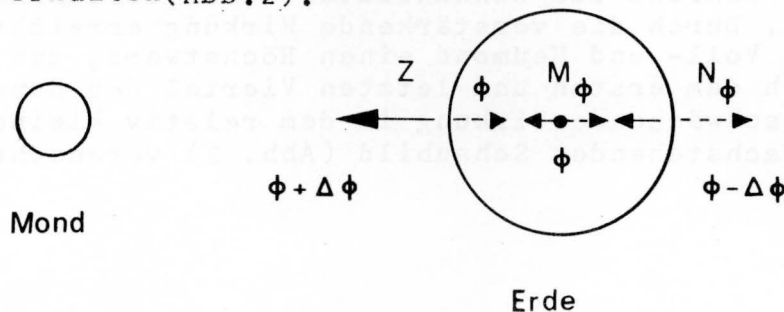


Abb. 2

	Zenith	Mittelp.	Nadir
Beschleunigung der freien Punkte zum Mond	$-(\phi + \Delta\phi)$	$-\phi$	$-(\phi - \Delta\phi)$
Schwerebeschleunigung zum Erdmittelpunkt	$+g$	0	$-g$
Zentrifugalbeschleunigung	$+\phi$	$+\phi$	$+\phi$
Beschleunigung gegen die Erde	$+(g - \Delta\phi)$	0	$-(g - \Delta\phi)$

Im Zenith- und Nadirpunkt sind die zum Mittelpunkt hin gerichteten Beschleunigungen geringer als die Schwerebeschleunigung g oder mit anderen Worten: Die Wassergewichte sind im Zenith- und Nadirpunkt um den gleichen Betrag vermindert. Hier treten die Flutberge auf, zwischen denen sich die Ebбетäler einstellen müssen.

Die Wassermassen der Ozeane vermögen diesen Flutkräften vollständig nachzugeben, weswegen in allen Meeren der Erde die Gezeiten als vertikale Verlagerung des Meeresniveaus auftreten.

Eine gleichartige, doch wesentlich schwächere Wirkung geht auch von der Sonne und grundsätzlich auch von allen anderen Himmelskörpern aus. Merklich ist aber nur noch der Einfluß der Sonne. Da die flutbildende Kraft des Mondes $2 \frac{1}{4}$ mal größer als die der Sonne ist, herrschen die Mondfluten vor, während die Sonnenfluten diese verstärken oder abschwächen. Durch die verstärkende Wirkung erreicht der Tidenhub nach Voll- und Neumond einen Höchstwert, den Springtidenhub; nach dem ersten und letzten Viertel des Mondes zeigt sich die abschwächende Wirkung in dem relativ kleinen Nipptidenhub. Nachstehendes Schaubild (Abb. 3) veranschaulicht die Wirkung.

Springflut



Nippflut

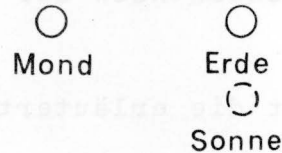


Abb. 3

Soweit können die Erscheinungen der Gezeiten von der NEWTON'schen Theorie, die auch die statische oder Gleichgewichtstheorie genannt wird, befriedigend erklärt werden.

Die Erde hat aber Eigendrehung und während das Meer diese Bewegung mitmacht, bleiben die Flutberge relativ zum Mond stehen. Zur Erhaltung dieser Flutberge müssen sich folglich die Wassermassen verlagern, d.h. die an der Erddrehung teilnehmenden Flüssigkeitsteilchen müssen zusammenströmen. Die so gebildeten Flutberge können natürlich nicht unbegrenzt wachsen, da die Wassermassen als Folge der Neigung des Meeresniveaus wieder in ihre Ruhelage zurückströmen.

Die NEWTON'sche Theorie fordert in jedem Augenblick ein Gleichgewicht der fluterzeugenden Kräfte mit den die Wassermassen in ihre Ruhelage zurückdrängenden Kräften. Der Mond ändert aber seine Stellung zur Erde ständig und damit ändern sich auch die Flutdeformationen. Das geforderte Gleichgewicht bedingt so große Wasserumlagerungen mit entsprechenden Strömungsgeschwindigkeiten wie sie nie beobachtet wurden.

Das von der Theorie NEWTON's in jedem Augenblick geforderte Gleichgewicht zwischen fluterzeugenden Kräften und Druckkräften ist unmöglich. Weiter ist sie unvollständig, weil sie die möglichen Eigenschwingungen des Meeres nicht berücksichtigt.

Diese Lücken waren für PIERRE SIMON LAPLACE (1749-1827) der Anlaß, die NEWTON'sche "statische" Theorie durch eine "dynamische" Theorie der Gezeiten zu ersetzen. Nicht zum Mond feststehende Flutberge werden erzeugt sondern Flutwellen.

Die Eigendrehung der Erde bestimmt den periodischen Charakter der Flutkräfte und damit die Perioden der Flutwellen, deren Amplituden und Phasen aber von den Eigenschwingungen des Meeres mitbestimmt werden. Die Flutwellen sind erzwungene Schwingungen, die um so stärker werden, je näher die Perioden der Flutkraft und die der Eigenschwingung des Meeres zusammenliegen.

Haben Flutkraft und Meeresschwingung die gleiche Phase, so folgt die Flutwelle dem scheinbaren Umlauf des Mondes, stellt sich das Hochwasser unter dem Zenith- und Nadirpunkt ein, d.h. unter dem Mond und seinem Gegenpunkt. Man nennt diese Gezeit eine direkte. Von einer indirekten Gezeit spricht man bei einer Phasenverschiebung von 6 Stunden, bei der das Hochwasser rd. 6 Stunden nach der Kulmination des Mondes eintritt.

LAPLACE faßt die erläuterten Bewegungsvorgänge in dem Satz zusammen:

"Die Bewegungen eines Punktsystems, dessen ursprüngliche Bedingungen durch den Widerstand, den die Bewegung erfährt, vernichtet sind, sind periodisch wie die Kräfte, die die Bewegung erhalten."

Das von ihm entwickelte Gezeitenbild geht von dem Modell eines den Erdball umspannenden Weltozeans von 10 km Tiefe aus. Dieser Weltozean besitzt die verschiedensten Eigenschwingungen, die wegen der Drehung der Erde um ihre Achse mit der geographischen Breite variieren. Zerteilt man nun diesen Ozean längs der Breitenkreise in schmale Kanäle, die keine Verbindung miteinander haben, so haben diese Kanäle unterschiedliche Eigenschwingungen und daraus folgend unterschiedliche Gezeiten. LAPLACE kommt zu dem Ergebnis, daß die Gezeiten in den äquatornahen Kanälen indirekte und in den polnahen Kanälen direkte sind. Dazwischen stellt sich der "Resonanzfall" (d.h. das Übereinstimmen der Perioden) zwischen Flutkraft und freier Welle mit den daraus folgenden großen Gezeitenhöhen ein. Nimmt man die Scheidewände weg, müssen sich die Wasserunterschiede zwischen den einzelnen Kanälen durch Ströme von Norden nach Süden und umgekehrt ausgleichen, und das Bild der Gezeiten wird sehr verworren sein. LAPLACE hat gezeigt, daß auch nach Fallen der Scheidewände zwischen den Kanälen die Gezeiten in Äquatornähe stets indirekt, in Polnähe stets direkt sein müssen. Wenn gleich dieses Gezeitenbild nicht dem der Wirklichkeit entspricht, so hat es doch das Verständnis für die Meeresgezeiten vertieft und geholfen, die Faktoren zu erkennen, die berücksichtigt werden müssen, wenn man von den Gezeiten des Modells zu den wirklichen Gezeiten gelangen will.

In Wirklichkeit haben wir keinen den Erdball bedeckenden Ozean gleicher Tiefe und - wie längere Pegelaufzeichnungen zeigen - haben die Gezeiten wiederkehrende Ungleichheiten, die sich aus der Bewegung des Mondes und der Sonne herleiten.

Die sich am stärksten bemerkbar machenden Ungleichheiten sind die schon erläuterten Spring- und Nipptiden, welche grundsätzlich dadurch entstehen, daß Mond und Sonne ihre Stellung zueinander und in bezug auf die Erde ständig ändern. Die Periode dieser Schwankung beträgt im Durchschnitt 14,77 Tage, d.h. etwa einen halben Monat.

Weiter ergibt die geringfügige aber stetige Änderung der Entfernung Erde - Mond bei ihrem monatlichen Umlauf um den gemeinsamen Schwerpunkt eine monatlich wiederkehrende Ungleichheit in den Gezeiten. Die Erdnähe bringt einen erhöhten Tidenhub, die Erdferne einen niedrigeren. Fällt die Erdnähe mit Voll- und Neumond zusammen, d.h. in die Zeit der Springtide, dann wird der Springtidenhub besonders hoch. Entsprechend läuft die Nipptide bei Erdferne des Mondes relativ niedrig auf.

Unterschiede im Tidenhub zeigen sich auch infolge der sich ändernden Deklination des Mondes. Steht der Mond am Himmelsäquator, ist seine Deklination Null. Von hier wandert er auf die Nord- und dann auf die Südhemisphäre. Die Zeitspanne, während welcher der Mond seine Stellung von der größten nördlichen bis zur größten südlichen Deklination ändert, beträgt 13,66 Tage, d.h. fast einen halben Monat. Die Deklinationsungleichheit des Mondes bedingt einen unterschiedlichen Tidenhub. Nach seiner größten nördlichen und größten südlichen Deklination ist der Tidenhub verhältnismäßig klein, nach seinem Äquatordurchgang aber verhältnismäßig groß.

Als weitere Folge der Deklination des Mondes haben die fluterzeugenden Kräfte eine zum Erdäquator unsymmetrische Lage, und die Flutberge sind nicht mehr symmetrisch zur Drehachse der Erde gelagert. So entsteht bei der Rotation der Erde eine tägliche Ungleichheit der Gezeitenwelle, die an einer abwechselnden Erhöhung und Erniedrigung der Hoch- und Niedrigwasserstände zu erkennen ist. Die Höhenunterschiede haben ihr Maximum mit der größten nördlichen oder südlichen Deklination und verschwinden mit dem Äquatordurchgang des Mondes.

Eine weitere Ungleichheit der Gezeiten, die aber hinter den genannten zurücktritt, folgt den Sonnen- und Mondfinsternissen, die eine Periode von 18 Jahren und 11 Tagen haben.

Trotz dieser Ungleichheiten bei den gezeitenerzeugenden Kräften und trotz der Unterschiede zur Wirklichkeit, die einem Modell des Weltozeans gleicher Tiefe anhaften, hat die von LAPLACE entwickelte Theorie der Gezeiten die Grundlage der Vorausberechnung ihres Ablaufes geliefert; denn jede Gezeitenerscheinung, so verwickelt sie auch immer sei, sie folgt den Perioden von Mond und Sonne, die sie hervorrufen.

Hieraus erwächst die Möglichkeit, die Tidebewegung im voraus zu bestimmen, indem ihre periodisch wiederkehrenden Änderungen mathematisch als die Summe einzelner harmonischer Schwingungen dargestellt werden kann. Durch Auflösung einer beobachteten Gezeit in ihre harmonischen Einzelschwingungen, den sogenannten Teil- oder Partialtiden, kann die künftige Gezeit durch Superposition der Partialtiden berechnet werden.

Die beobachteten Gezeiten sind aber nicht identisch mit den durch die Flutkraft erzwungenen Schwingungen. Durch Bodentopographie, Reibung und Corioliskraft sind diese Schwingungen umgeformt.

Die Corioliskraft, benannt nach dem französischen Physiker GASPARD GUSTAVE CORIOLIS (1792-1843), der sie zuerst erkannte, ist eine Folge davon, daß alle unsere Bewegungen nicht auf einer ruhenden sondern einer sich drehenden Erdkugel ablaufen. Durch Abnahme der Peripheriegeschwindigkeit der Erdoberfläche zum Pol hin erfährt jede Bewegung auf der Nordhalbkugel eine Rechtsablenkung, auf der Südhalbkugel eine Linksablenkung.

Die durch die genannten Einflüsse umgeformten Schwingungen sind die beobachteten Gezeiten. Da diese trotz der Veränderungen stets in derselben Weise ablaufen und somit auch die für einen Küstenort beobachteten Gezeiten ihre Charakteristik beibehalten, ist die Vorausberechnung der Gezeiten aufgrund von Beobachtungsdaten möglich. Voraussetzung ist allerdings eine genügend lange Beobachtungszeit (mindestens 1 Jahr).

Die sich auf Beobachtung stützende Vorausberechnung der Gezeiten geht auf einen Vorschlag von WILLIAM THOMSON (Lord KELVIN, 1824-1907) zurück, der 1868 vorschlug, die harmonischen Gezeiten-Konstanten, das sind die Perioden, Amplituden und Phasen der Partialtiden, empirisch zu bestimmen und dann den Verlauf der Gezeiten aus den Partialtiden zu berechnen.

Man nennt dieses Verfahren die harmonische Analyse der Gezeiten bzw. der Gezeitenbeobachtung. Sie hat in Meeresgebieten mit einem im Verhältnis zur Wassertiefe kleinen Tidenhub befriedigende Ergebnisse gebracht. In Schelfmeeren, Seichtwassergebieten und Flußmündungen hat sie sich nicht bewährt. Hier wirken sich die der Tideschwingung überlagerten Oberschwingungen stärker aus, so daß die Ermittlung der Partialtiden aus beobachteten Wasserstandskurven ihren Sinn verliert. Man muß sich auf wesentlich längere Beobachtungsreihen stützen und die Tidekurve im ganzen betrachten. Aber auch hier hängen die Ungleichheiten der Gezeiten in Höhe und Zeit von astronomischen Größen ab, weswegen man die Beobachtungen möglichst über 19 Jahre erstreckt, d.h. über den ganzen Zeitraum der Wiederkehr von Sonnen- und Mondfinsternissen. Dieses empirische Vorhersageverfahren ist das sogenannte nonharmonische Verfahren, mit dem es gelungen ist, auch in flachen Meeresteilen die Gezeiten in befriedigender Weise vorher zu bestimmen.

Aus den bisherigen Ausführungen wurde ersichtlich, daß die Gezeiten zwar als astronomisches Phänomen erklärt werden können, ihre reine astronomische Vorherbestimmung scheiterte an ihrer Mannigfaltigkeit. Zwar gelang es LAPLACE von der Vor-

stellung eines den Erdball bedeckenden Ozeans ausgehend, die Gezeiten als erzwungene Schwingungen darzustellen und manche Eigentümlichkeiten der Tiden der Stadt Brest zu erklären. Seine dynamische Gezeitentheorie hat sich auch für die Folge sehr fruchtbar erwiesen; zu einer Darstellung der Meeresgezeiten auf der Grundlage der gezeitenerzeugenden Kraft gelangte man nicht, da die Bodentopographie die Gezeiten zu sehr veränderte. Die Gezeitenvorhersage mußte deswegen von Gezeitenbeobachtungen ausgehen, aus denen dann die für den jeweiligen Küstenplatz gültigen Amplituden und Phasen der Partialtiden abgeleitet werden konnten.

Wenngleich die harmonischen Konstanten der Partialtiden zahlreicher Küstenorte und Inseln und damit das Verhalten der Gezeiten längs der Küste bekannt sind, so reicht dieses Kenntnis nicht aus, um über das Meer hinweg die Gezeiten richtig darzustellen.

Angesichts dieser Tatsache ist es verständlich, wenn mit Beginn des vorigen Jahrhunderts eine von den Gezeiten in den Randmeeren ausgehende geographische Betrachtungsweise an Boden gewinnt.

THOMAS YOUNG (1773-1839) war bestrebt, eine einfachere und den Beobachtungen besser entsprechende Gezeitentheorie zu entwickeln. Er ging hierzu von den irdischen Verhältnissen aus und untersuchte, welche Schwingungen ein kleineres Meeres- oder Seebecken unter dem Einfluß der Gezeitenkräfte des Mondes und der Sonne ausführen müßte. Da diese wegen der relativ geringen Ausdehnung solcher Becken nur unbedeutend sein konnten, schloß er, daß die in den meisten Nebenmeeren herrschenden Gezeiten nicht in diesen selbst entstanden sein konnten, sondern die Gezeitenimpulse vom großen Ozean ausgelöst wurden, wodurch die Wassermassen des Meeresbeckens in Schwingungen geraten. Man nennt sie die Mitschwinggezeiten im Gegensatz zu den unmittelbar von Mond und Sonne angeregten Gezeiten, die auch in den begrenzten Becken auftreten, aber im allgemeinen in ihrer Wirkung hinter den Mitschwinggezeiten zurückbleiben.

Mit der in das Meeresbecken einlaufenden Gezeitenwelle ist noch eine Wasserbewegung, ein Gezeitenstrom, verbunden. Diese würde auf einer ruhenden Erde in einem Hin- und Herbewegen der Wasserteilchen bestehen; auf einer bewegten Erde aber werden die Wasserteilchen durch die ablenkende Kraft der Erdrotation, durch die Corioliskraft, in eine umlaufende Bewegung versetzt, wodurch sie gegen die Ufer drängen und die Wellenoberfläche und damit das Hochwasser verändern.

In einem langen schmalen, an den Enden offenen Kanal würde diese umlaufende Bewegung der Wasserteilchen unterbleiben, die Bewegungen blieben geradlinig, aber die Welle würde als Folge der Corioliskraft an einem Ufer höher auflaufen als

am anderen. Zu den ursprünglichen Längsschwingungen kämen Querschwingungen, welche die Längsschwingungen überlagern. Eine solche Welle wird nach ihrem Entdecker Kelvin-Welle genannt. In ihr besteht ständig Gleichgewicht zwischen der Corioliskraft und dem Wassergefälle, so daß keine Querströmungen vorhanden sind.

Die kartographischen Verbindungslinien der Orte gleichen Hochwassers nennt man die Flutstundenlinien. Das Bild dieser Linien in einem einseitig offenen Meeresbecken vermittelt den Eindruck einer fortschreitenden Gezeitenwelle. Da aber die einlaufende Gezeitenwelle am Ende des Beckens reflektiert wird, die Welle also wieder zurückläuft, folgt daraus, daß keine reinen fortschreitenden Wellen vorliegen können. Die Interferenz zweier gleichfrequenter Wellen entgegengesetzter Richtung ergibt die "stehende Welle". Als solche muß auch die Gezeitenwelle in solchen Meeresbecken angesehen werden. Stehende Wellen zeichnen sich durch Knoten und Bäuche aus. Infolge der ablenkenden Kraft der Erdrotation wird aber einmal das mit der Welle verschobene Wasser auf der Nordhalbkugel nach rechts, auf der Südhalbkugel nach links abgelenkt. Weiter bedingt die Einwirkung der Erdrotation, daß der Längsschwingung noch eine Querschwingung überlagert ist. Diese Einflüsse bedingen es, daß die Knotenlinie der Längsschwingung nicht erhalten bleiben kann, sondern sich in ein sternförmiges Herumwandern auflöst; auf der Nordhalbkugel entgegen dem Uhrzeigersinn, auf der Südhalbkugel im Uhrzeigersinn. Daraus ergeben sich wieder strahlenförmig angeordnete Flutstundenlinien, Amphidromieen oder Drehtiden genannt.

Die Beschreibung der Gezeiten als stehende Wellen hat natürlich nicht ihre Erklärung zum alleinigen Ziel. Dieser Betrachtung kommt schon insofern keine grundsätzliche Bedeutung zu, als durch geeignete Überlagerung stehender Wellen wieder fortschreitende Wellen entstehen können. Als stehende Wellen sind aber die Gezeiten ein "in Mittelwerten stationärer" Vorgang, wodurch die besonders interessierende, örtliche Verteilung des Tidehubs der analytischen Behandlung zugänglicher wird. Insofern ist diese Betrachtungsweise zweckmäßig, auch wenn eine andere physikalisch möglich ist.

Das Bild der Gezeiten, das hier ganz allgemein für einseitig geöffnete Randmeere aufgezeigt wurde, muß auch im Gezeitenbild der Nordsee zu verfolgen sein.

Die Nordsee hat im Verhältnis zu ihrer Länge eine große Breite und im Norden eine weite offene Verbindung zum freien Ozean. Von dieser Seite muß sie starke Impulse zum Mitschwingen erhalten. Die Straße von Dover kann wegen ihres kleinen Querschnitts nur unwesentlichen Einfluß haben.

Die Gezeit dringt von Norden als Kelvin-Welle in die

Nordsee ein. Bis zur Höhe der friesischen Inseln herrscht die sogenannte Schottische Welle, die an der deutschen Küste zurückgeworfen wird und sich mit der neu ankommenden Welle zu einer stehenden überlagert. Länge und Tiefe der Nordsee lassen zwei Knotenlinien erwarten, die eine zwischen Schottland und dem südlichen Norwegen, die zweite weiter südlich, quer durch die deutsche Bucht. Durch die ablenkende Kraft der Erdrotation werden die Knotenlinien in Drehtiden verwandelt, von denen jedoch nur diejenige vor der deutschen Küste voll zur Ausbildung kommt, während weiter nach Norden die zurückgeworfene Welle so schwach wird, daß die zweite äußere Drehtide nicht mehr zustande kommt und sich nur noch ganz östlich in einer Scharung der Flutstundenlinien auswirkt. Das Gezeitenbild der Nordsee wird deswegen vornehmlich von der einlaufenden Kelvin-Welle bestimmt.

Da über die Weite des Ozeans kein Beobachtungsmaterial von den Gezeiten vorhanden ist und nur die Gezeitenkonstanten und Partialtiden für eine Reihe von Küstenorten und Inseln vorliegen, bleibt die von Küstenwerten ausgehende Darstellung der Gezeiten für einen Ozean bis zu einem gewissen Grade spekulativ. Es ist deswegen naheliegend, die Gezeiten der Ozeane aus vergleichbaren Gezeitenbildern der Randmeere herzuleiten.

Aus der allgemeinen Struktur bietet sich der Vergleich zwischen Nordsee und Atlantischem Ozean an. Auch für den Atlantik kann man voraussetzen, daß das Gezeitenbild die Folge der Überlagerung von Längs- und Querschwingungen ist, wobei die Längsschwingungen sowohl selbständige als auch Mitschwinggezeiten (aus den Gezeitenimpulsen benachbarter Meere) sein werden, während die Querschwingungen auf die Wirkung der Erdrotation zurückzuführen sind.

In Analogie zur Nordsee ist anzunehmen, daß die Gezeitenwelle von Süden her in den Atlantischen Ozean eindringt, diesen durchläuft und ihre Energie auf den Schelfen der Arktischen Meere und der Eisbedeckung des Polarmeeres teilweise verbraucht. Die zurückgeworfene Welle ist dann schwächer als die eingedrungene und die Gezeiten können nicht mehr die Form einer einfachen stehenden Welle haben. Daraus erklärt sich, daß im Südatlantik die Flutwelle den Charakter einer fortschreitenden Welle hat, ähnlich den Verhältnissen in der nördlichen Nordsee, wo die zweite Drehtide nicht mehr richtig zustande kommt und beinahe das Bild der fortschreitenden Welle entsteht.

Es ist bekannt, daß die Gezeitenwelle auch in die Unterläufe der Flüsse eindringt. Die Grenze bis zu der die Gezeitenwelle reicht, heißt Flutgrenze. Während die Tidekurve an der Mündung noch weitgehend symmetrische Form hat, wird sie stromaufwärts zunehmend asymmetrisch. Einer kürzeren

Flutzeit folgt eine längere Ebbedauer. Daraus folgend sind auch die Geschwindigkeiten des Flut- und Ebbestromes verschieden.

Die flußaufwärts zunehmende Asymmetrie hat ihre Ursache in einer unterschiedlichen Fortschrittsgeschwindigkeit zwischen dem Scheitel der Flutwelle und dem Wellenfuß. Bei sehr starker Änderung des Wellenprofils der in den Fluß eindringenden Tidewelle kommt es zur sogenannten Flutbrandung. Die Flut nimmt die Form einer Sprungwelle an und wird Bore genannt. Die Erscheinung besteht darin, daß ein Wasserschwall auf breiter Front mauerartig auf ganzer Breite flußaufwärts wandert.

Die Erscheinungen der Bore sind nicht auf Flußläufe beschränkt. In seichten Meeresarmen und auch in den Prielen des Wattenmeeres ist die Erscheinung der Bore möglich. Das rasche Ansteigen des Wassers nach Niedrigwasser in den Prielen der deutschen Watten kann als Bore gedeutet werden.

In großen - um nicht zu sagen in groben - Zügen wurde versucht, die Erscheinung der Gezeiten und ihre Erklärung dem Verständnis näher zu bringen. Das Wort Erklärung ist aber vom Standpunkt der heutigen Naturwissenschaft mit einem Fragezeichen zu versehen; denn jede Erklärung endet bei etwas Unerklärlichem. Das Ziel der exakten Naturwissenschaften ist die von wenigen Grundaussagen ausgehende Vorausberechnung der Erscheinungen. Diesem Ziel folgt auch die Gezeitenforschung, wenn sie Verfahren entwickelt, um die Gezeiten bei Elimination der störenden meteorologischen Einflüsse aufgrund einer möglichst kleinen Anzahl von Beobachtungsdaten mit mathematischen Mitteln für jeden Ort und jeden künftigen Zeitpunkt zu bestimmen.

Schrifttum

- DEFANT, A. Ebbe und Flut des Meeres, der
 Atmosphäre und der Erdfeste,
 Berlin, Göttingen, Heidelberg 1953
- DIETRICH, G. u. Allgemeine Meereskunde,
KALLE, K. Berlin 1957
- TOLKMITT, G. Grundlagen der Wasserbaukunst,
 Berlin 1948
- KOHLRAUSCH, K.W.F. Ausgewählte Kapitel der Physik,
 Wien 1951
- THORADE, H. Ebbe und Flut der Nordsee, ein
 geschichtlicher Rückblick,
 Hamburg 1930
- THORADE, H. Die Gezeiten als stehende Wellen
- MACH, E. Die Mechanik in ihrer Entwicklung,
 Leipzig 1933
- WOHLWILL, E. Galilei und sein Kampf für die
 Copernikanische Lehre,
 Hamburg und Leipzig 1909
- ROSE, D. Über die quantitative Ermittlung der
 Gezeiten und Gezeitenströme in Flach-
 wassergebieten usw.
 Mitteilungen des Franzius-Instituts
 Hannover 1960

Buchbesprechung

FÜHRBÖTER, A. : Der Druckschlag durch Brecher auf Deichböschungen. Mitteilungen des Franzius-Instituts für Grund- und Wasserbau der TH Hannover (1966) H.28

Das von FÜHRBÖTER entwickelte Berechnungsverfahren ermöglicht es, im allgemeinen die Böschungsneigung eines Deckwerks von vornherein so zu bemessen, daß die Brecherzungen von am Deckwerk brechenden Dünungs- und Windwellen - auch von Wellen mit stark verzögertem Brechvorgang - nicht auf das ungeschützte Deckwerk selbst, sondern auf ein über dem Deckwerk liegendes Wasserpolster aufschlagen. Es seien hier wichtige Ergebnisse der Theorie FÜHRBÖTER's zusammengestellt :

Als Grundlage dient die von WIEGEL empirisch ermittelte Beziehung

$$\frac{y_B - h_B}{H_B} = 0,78 ,$$

worin alle Größen auf den Brechpunkt bezogen sind :

H_B die Höhe des Brecherkammes über dem vorangehenden Wellental

h_B die Höhe des Ruhewasserspiegels über Sohle (Böschung)

y_B die Höhe des Brecherkammes über Sohle (Böschung)

Ferner wird die Tatsache benutzt, daß im Brechpunkt für die horizontal gerichtete Geschwindigkeit v_B des Brecherkammes gilt :

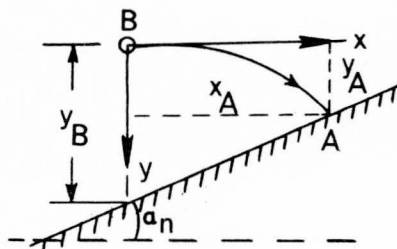
$$v_B = \sqrt{g \cdot y_B} .$$

Die Bahn der Brecherzunge ist dann die Wurfparabel für den horizontalen Wurf mit der Anfangsgeschwindigkeit

$$v_B = \sqrt{g \cdot y_B} .$$

Für den Aufschlagwinkel α findet FÜHRBÖTER eine mit dem Böschungswinkel α_n monoton abnehmende Funktion, deren Werte zwischen 90° (bei $n = 0$) und $54^\circ 44'$ (bei $n = \infty$) liegen.

$\left(\begin{array}{c} \alpha_n = 90^\circ \end{array} \right)$ $\left(\begin{array}{c} \alpha_n = 0^\circ \end{array} \right)$



Für die Aufschlaggeschwindigkeit v_A im Aufschlagpunkt erhält FÜHRBÖTER :

$$v_A = \sqrt{g \cdot y_B} \cdot \sqrt{(1 + f^2(n))} ,$$

worin die "Böschungsfunktion $f(n)$ " gegeben ist durch :

$$f(n) = \frac{1}{n} (\sqrt{1 + 2n^2} - 1) .$$

Für die Kraftwirkung maßgeblich ist die zur Böschung senkrechte Komponente v der Aufschlaggeschwindigkeit v_A . Für diese findet FÜHRBÖTER :

$$v = \sqrt{g \cdot y_B} \cdot \sqrt{\frac{1 + 2n^2}{1 + n^2}}$$

Die auf den Brecherkamm B bezogenen Koordinaten x_A und y_A des Aufschlagpunktes ergeben sich zu (vgl. Skizze) :

$$x_A = y_B \cdot f(n)$$

$$y_A = \frac{y_B}{2} \cdot f^2(n)$$

worin wieder $f(n)$ die "Böschungsfunktion" bedeutet.

Der Aufschlagwinkel α im Aufschlagpunkte A der Böschung ergibt sich zu :

$$\alpha = \arctg \left(\frac{1 + n \cdot f(n)}{n - f(n)} \right)$$

Wegen $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = 2$ ergibt sich daraus:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left(\frac{1/n + f(n)}{1 - \frac{1}{n} f(n)} \right) = \arctg (2) = 54^\circ 44' .$$

Für $n = 0$ ist: $f(n) = 0$ und daher : $\alpha = \arctg (\infty) = 90^\circ$.
 $\alpha_n = 90^\circ$

Als ein Kriterium für die Sicherheit gegen Aufschlagen von Brechern auf eine wasserfreie Böschung formuliert FÜHRBÖTER den dimensionslosen Ausdruck :

$$\frac{\Delta h}{H_B} = 0,78 - \left(0,78 + \frac{h_B}{H_B} \right) \cdot \frac{f^2(n)}{2} .$$

Da der Aufschlagpunkt unter dem Wasserspiegel liegen soll, muß Δh negativ sein und daher auch die rechte Seite der obigen Gleichung. Wenn das der Fall ist ($\frac{\Delta h}{H_B} < 0$),

ist die Sicherheit umso größer, je größer der absolute Betrag $|\frac{\Delta h}{H_B}|$ ist. Je kleiner also die zu erwartenden Werte des Bruches $\frac{h_B}{H_B}$ sind, umso größer muß der Wert der Böschungsfunktion $f(n) = \frac{1}{n} \cdot (\sqrt{1 + 2n^2} - 1)$ gemacht werden, d.h. umso flacher muß die Böschung gewählt werden*), damit die Brecher nicht auf die wasserfreie Böschung aufschlagen.

Bei Zugrundelegung mittlerer Verhältnisse (der Nordseeküste) findet FÜHRBÖTER, daß bei Böschungsneigungen mit $n \geq 6$ Brecherschläge auf wasserfreie Böschung unwahrscheinlich, dagegen für $n = 3$ häufig und für $n = 2$ sehr häufig sind.

Zur Herleitung der durch derartige Brecherschläge (ohne Wasserpolster) erzeugten maximalen Drucke geht FÜHRBÖTER aus von der durch v.KARMAN hergeleiteten bekannten Gleichung:

$$p_{\max} = \rho \cdot v \cdot c,$$

die für den "Wasserschlag" eines von Lufteinschlüssen freien Wasserstrahls mit ebener Stirnfläche und freier Oberfläche gilt, wenn der Strahl einen ebenen Festkörper senkrecht mit der Strahlgeschwindigkeit v trifft. In v.KARMAN's Gleichung bedeuten: $\rho = \frac{\gamma}{g}$ die Dichte des Wassers und c die Schallgeschwindigkeit \bar{c} im Wasser ($c = 1485$ m/s bei 0°C).

v.KARMAN's Gleichung ist bereits von BETZ durch die genauere Gleichung :

$$p_{\max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \frac{1}{1 + \frac{c}{c_1}}$$

ergänzt worden, worin $c_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}$ die Schallgeschwindigkeit in dem vom Wasserstrahl getroffenen Festkörper bedeutet (z.B. für Beton: $c_1 = 2530$ m/s).

*) Da ja $f(n)$ eine mit n monoton wachsende Funktion ist.

Zur Berücksichtigung der Kompression und Expansion von Lufteinschlüssen, die die von Brecherstößen erzeugten "Druckschläge" maßgeblich beeinflussen (verkleinern), hat FÜHRBÖTER die durch v. KARMAN benutzte Differentialgleichung :

$$F \cdot v \cdot dt = \left(\frac{F \cdot c \cdot dt}{E} \right) \cdot dp$$

verallgemeinert zu:

$$(1) \underbrace{F \cdot v \cdot dt}_{\text{Einstrom *)}} = \underbrace{\left[\frac{F \cdot c \cdot dt}{E} \right]}_{\text{Kompression des Wassers}} + \underbrace{\left[\frac{F \cdot D}{E_L} \right]}_{\text{Kompression der eingeschl. Luft}} \cdot dp ,$$

in der F den Querschnitt des freien Wasserstrahles, $\frac{dp}{dt}$ die sekundliche Druckänderung nach dem Aufprall ($t=0$) auf der getroffenen Fläche ($=F$), E die Elastizität des Wassers und E_L die mittlere Elastizität der Luft während ihrer Kompression, D die "mittlere Dicke" des eingeschlossenen Luftvolumens V_L ($D = \frac{V_L}{F}$) bedeuten (wegen v und c s.o.). Aus der Differentialgleichung (1) gewinnt FÜHRBÖTER zunächst die Näherungsgleichung:

$$F \cdot v \cdot t = \left[\frac{F \cdot c \cdot t}{E} + \frac{F \cdot D}{E_L} \right] \cdot p$$

für die Zeit t nach dem Aufprall ($t=0$). Daraus folgt durch Auflösen der letzten Gleichung nach p für den Zeitpunkt Δt_k nach dem Aufprall, wenn Δt_k die Kompressionsdauer (Zeitintervall zunehmenden Drucks_k) ist, :

$$(2) p_{\max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \frac{1}{1 + \frac{D}{c} \cdot \frac{E}{E_L} \cdot \frac{1}{\Delta t_k}} ,$$

da $E = \rho \cdot c^2$ ist.

Da die Kompression des Wassers im allgemeinen klein ist im Verhältnis zur Kompression der Luft, stellt FÜHRBÖTER zur Berücksichtigung des Ausstromes durch die Oberfläche des Wasserstrahls die Differentialgleichung auf :

$$(1a) \underbrace{F \cdot v \cdot dt}_{\text{Einstrom}} = \underbrace{\frac{F \cdot D}{E_L} \cdot dp}_{\text{Kompression d. eingeschl. Luft}} + \underbrace{F_e \cdot v_e \cdot dt}_{\text{Ausstrom}} ,$$

*) in das "gestörte" Volumen des aus einem Wasser-Luft-Gemisch bestehenden Strahls von der Größe $F \cdot c \cdot dt$, da sich die Aufprall-"Störung" mit der Schallgeschwindigkeit c nach rückwärts im Wasserstrahl fortpflanzt.

worin F den Teil der Strahloberfläche bedeutet, den der Ausstrom e passiert. FÜHRBÖTER nimmt an, daß sich F zeitlich ändert nach der Gleichung : $F_e = U \cdot v \cdot t$, worin U die Umfangslänge von F bedeutet und t die Zeit nach dem Aufprall.

Im Sinne der kinetischen Gasttheorie ist $p \cdot F$ gleich der in der Zeiteinheit auf F übertragenen Bewegungsgröße, die von den durch F hindurch ausgeschleuderten Wasserteilchen mitgeführt wird: $p \cdot F_e = (F_e \cdot v_e) \cdot \rho \cdot v_e$. Daraus folgt:

$$v_e = \sqrt{\frac{p}{\rho}}.$$

Einsetzen obiger Ausdrücke für F und v_e in Gleichung (1a) führt zu der Differentialgleichung:

$$(1b) \quad F \cdot v - U \cdot v \cdot t \cdot \sqrt{\frac{p}{\rho}} = \frac{F \cdot D}{E_L} \cdot \frac{dp}{dt}. \quad \text{Da für } t = \Delta t_k \text{ gilt:}$$

$p = p_{\max}$ und daher zugleich auch $\frac{dp}{dt} = 0$, folgt aus Gleichung

$$(1b) : F = U \cdot \Delta t_k \cdot \sqrt{\frac{p_{\max}}{\rho}} \quad \text{oder mit } \frac{F}{U} = R :$$

$$(3) \quad \frac{1}{\Delta t_k} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho}} \cdot \sqrt{p_{\max}} \quad \text{und}$$

$$(3a) \quad \Delta t_k^2 = R^2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{p_{\max}}.$$

Setzt man nun für $\frac{1}{\Delta t_k}$ in die Gleichung (2) den Ausdruck (3) ein, erhält man FÜHRBÖTER's Gleichung (41):

$$p_{\max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{c \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \frac{D}{R} \cdot \frac{E}{E_L} \cdot \sqrt{p_{\max}}}$$

Da diese Gleichung nicht nach p_{\max} auflösbar ist, hat FÜHRBÖTER unter Vernachlässigung der Kompression des Wassers, die ja meistens klein ist relativ zur Kompression der eingeschlossenen Luftmenge, noch eine etwas vereinfachte Formel für p_{\max} hergeleitet. Unter dieser meist geringfügigen Vernachlässigung liefert Gleichung (1) für die korrespondierenden Werte $dt = \Delta t_k$ und $dp = p_{\max}$:

$$(4) \quad v \cdot \frac{E_L}{D} \cdot \Delta t_k = p_{\max}.$$

Aus den Gleichungen (4) und (3) folgt zunächst durch Elimination von Δt_k :

$v \cdot R \cdot \sqrt{\rho} \cdot \frac{\bar{E}_L}{D} = p_{\max}^{3/2}$, woraus unter Verwendung der Beziehung $E = \rho \cdot c^2$ sich durch Anwendung der bekannten elementaren Regeln der Potenzrechnung bereits FÜHRBÖTER's vereinfachte Gleichung ergibt :

$$(5) \quad p_{\max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \sqrt[3]{\frac{c}{v}} \cdot \left(\frac{\bar{E}_L}{E} \cdot \frac{R}{D} \right)^{2/3}$$

Setzt man nach FÜHRBÖTER :

$$(5a) \quad \left(\frac{\bar{E}_L}{E} \cdot \frac{R}{D} \right)^{2/3} = \delta, \text{ so wird :}$$

$$(5b) \quad p_{\max} = \rho \cdot v \cdot c \cdot \sqrt[3]{\frac{c}{v}} \cdot \delta.$$

Durch Elimination von p_{\max} aus den Gleichungen (5b) und (3a) erhält man

$$\Delta t_k = \frac{R}{\sqrt[3]{v \cdot c^2} \cdot \sqrt{\delta}}.$$

Das ist FÜHRBÖTER's Gleichung (44) für den Zusammenhang der Kompressionsdauer Δt_k , mit dem hydraulischen Radius R des Strahls (Brecherzunge), der "Druckschlagzahl δ " und der Strahlgeschwindigkeit v .

FÜHRBÖTER weist darauf hin, daß die Gleichung (5) wegen der Vernachlässigung der Kompressibilität des Wassers für luftteinschlußfreien "Wasserschlag" ($D = 0$) den Wert $p_{\max} = \infty$ ergibt und diese Gleichung ferner für $D \rightarrow \infty$ den nicht zutreffenden Grenzwert $\lim_{D \rightarrow \infty} p_{\max} = 0$ liefert.

p_{\max} kann ja nicht kleiner werden als $\frac{v^2}{2g}$ (= Staudruck der stationären Strömung mit der Stromgeschwindigkeit v).

Solange also bei den im Seegebiet auftretenden Brechern (Druckschlägen) gilt : $0 < D < \infty$ - und das dürfte sicherlich stets der Fall sein - kann für sie die maximale Druckkraft nach FÜHRBÖTER's Gleichung (vgl. Gleichung (5b)) berechnet werden, sobald die wirklich auftretende dimensionslose "Druckschlagzahl δ " bekannt ist. Da jedoch in Gleichung (5a) für \bar{E}_L und R und vor allem für D von vornherein keine Zahlenwerte angegeben werden können, mußte FÜHRBÖTER Druckschlaguntersuchungen im hydraulischen Laboratorium des Franzius Instituts durchführen, um die "Druckschlagzahl δ " zu bestimmen.

Zu den Ausführungen FÜHRBÖTER's im theoretischen Teil seiner Arbeit ist noch zu sagen, daß er kritisch Stel-

lung nimmt zu den Versuchen einiger Autoren (zitiert werden v.KARMAN, BAGNOLD, IRIBARREN, SZEBEHELY, EGOROV und BORG), den beim Aufschlagen eines festen Körpers von vorgegebener geometrischer Gestalt auf die ebene Wasseroberfläche entstehenden maximalen Druck formelmäßig zu erfassen. Auf den Versuch von CUMBERBATCH, den Druckschlag eines Brechers dadurch auf ein quasistationäres Problem zurückzuführen, daß er der Brecherzunge die idealisierte Form einer zweidimensionalen keilförmigen Wassermasse gibt, geht FÜHRBÖTER näher ein und zeigt an Berechnungsbeispielen, daß die Ergebnisse dieser Theorie (für senkrechten Aufschlag) extrem stark vom angenommenen Öffnungswinkel des Wasserkeils abhängen.

Der enge Zusammenhang des Brecherschlags mit dem "Seeschlag" von Schwimmerflugzeugen (beim Aufsetzen) und von Schiffen (bei sehr grober See) und die Beziehung zwischen dem Wasserschlag und der "Gleitfahrt" (Wasserski, See-
flugzeug) werden aufgezeigt.

Schnoor